Л. К. Конышева
священник Г. Слесарев

# ЛОГИКА

учебное пособие

Религиозная организация —
духовная образовательная организация высшего образования
«Екатеринбургская духовная семинария
Екатеринбургской Епархии Русской Православной Церкви»

Негосударственное частное учреждение —
образовательная организация высшего образования
«Миссионерский институт»

Л. К. Конышева
священник Г. Слесарев

# Логика

Учебное пособие для специальности
«Теология» (бакалавр)

Екатеринбург
2017

**УДК 250.5**
**ББК 86.2/3**
**Ц 44**

По благословению Высокопреосвященного Кирилла,
митрополита Екатеринбургского и Верхотурского

**Рецензенты:**
кандидат богословия *протоиерей Сергий Алексеев*
доктор физико-математических наук, профессор *В. Л. Гапонцев*
кандидат философских наук, доцент *Л. С. Чернов*
*А. В. Разин*

**Конышева Л. К., Слесарев Г., священник**
К 44 Логика: учебное пособие. Екатеринбург: Екатеринбургская духовная семинария, 2017. 158 с.

ISBN 978-5-9908364-4-0

В учебном пособии рассматриваются в систематическом порядке основные логические законы, структура и соотношение понятий, даны правила построения составных суждений. Пристальное внимание авторы уделяют фигурам и модусам силлогизмов. Для иллюстрации приводятся примеры из богословских наук.

Предназначено студентам, обучающимся по направлению подготовки 48.03.01 «Теология», квалификация (степень) бакалавр.

**УДК 250.5**
**ББК 86.2/3**

# СОДЕРЖАНИЕ

# ВВЕДЕНИЕ

Дисциплину «Логика» будущие священники, богословы, миссионеры изучают в течение одного семестра. При этом предполагаются написание и защита контрольной работы, а в конце семестра — сдача зачета.

В настоящее время для большинства специальностей дисциплина «Логика» не предусмотрена в учебных планах высших учебных заведений. Большие курсы логики изучают будущие юристы. Для специальностей «Математика» и «Вычислительная техника» существуют специальные курсы «Математической логики». Остальные же специальности, как правило, обходятся без этого курса.

Зачем основы логики знать теологам? Ответ на этот вопрос достаточно неожиданный: теологи должны знать, что универсальные инструменты логики не могут быть до конца применимы в определении достоверности религиозного опыта.

В настоящее время большинство людей убеждены, что с помощью науки, математики, логики можно все доказать или опровергнуть. Однако легко показать ложность этого дилетантского взгляда, если знать, например, логику, ее возможности, ее слабые места. Нельзя логически доказать или опровергнуть существование Бога, ангельского мира, чудес, нельзя логически доказать или опровергнуть высказывания Святых Отцов и пр. и пр.

Очень слабой стороной логики является рассогласованность смысла понятий даже для людей, говорящих на одном языке, тем более для людей, говорящих на разных языках. Логические законы начинают работать лишь тогда, когда люди жестко определили смысл и объем понятия.

Поскольку работа миссионера, богослова — это работа с людьми, все слабости логики надо знать. А слабости какой-либо науки можно знать лишь тогда, когда известны основы этой науки.

В то же время, необходимо помнить, что воспитание логического мышления есть необходимая компонента полноценного гуманитарного образования, поскольку без знания логики невозможна полноценная дискуссия, какая бы тема ни была в ней затронута.

Изучая курс «Логика» вы познакомитесь как с основными законами и правилами логики, так и с ее слабостями.

# 1. ИЗ ИСТОРИИ ЛОГИКИ. ПРЕДМЕТ И ЗАДАЧИ ЛОГИКИ

## 1.1. Из истории логики

В учебных заведениях средневековой Европы основой образования являлись семь свободных искусств. В начальных школах изучали тривиум: грамматику, логику и риторику. Поэтому начальные школы назывались элементарными, или тривиальными. Далее шел квадриум, включающий в себя арифметику, геометрию, астрологию и музыку (гармонику). Человек, изучивший эти семь свободных искусств, мог получать дальнейшее образование в университете.

В России в 1959 г. изучение логики в средней школе отменили, да так до сих пор и не вернули. Большинство вузовских учебных программ также не содержат курсов логики. Несмотря на это, представление о том, что такое логика, имеют практически все. (Правда, не всегда обыденное представление о логике является правильным.) Это неудивительно, поскольку логика — одна из древнейших наук, развитие которой продолжается более чем два с половиной тысячелетия.

В истории логики выделяют два, весьма различных по длительности, этапа: *традиционный этап* (от IV в. до Р. Х. до второй половины XIX в. после Р. Х.) и *современный этап* (со второй половины XIX в. до нашего времени).

Традиционный этап

На этом этапе выделяют два периода подъема логики:

- *эпоха Античности* (IV–III вв. до Р. Х.);
- *Средние века* — христианское Средневековье (середина XII в. — середина XIV в.).

Появление логики как науки связано с именем Аристотеля[1].

Аристотель создал метод исследования проблем, который он называл *силлогистическим*[2]. Термин «логика» сам Аристотель

---

1 Аристотель — древнегреческий философ- энциклопедист (384–322 гг. до Р. Х.).

2 Согласно Аристотелю, силлогизм — это «речь, в которой, если нечто предположено, то с необходимостью вытекает нечто, отличное от положенного в силу того, что положенное есть». Другими словами, силлогизм — это неоспоримая, непререкаемая

не использовал, а называл свою науку о силлогизмах «аналитикой» («Первая аналитика» и «Вторая аналитика» — его знаменитые сочинения, в которых сформулированы практически все законы формальной логики).

Законы логики, по Аристотелю, — это общие законы бытия, данные нам с абсолютной достоверностью. Принцип непротиворечия, согласно которому «невозможно, чтобы противоречивые утверждения были истинными по отношению к одному и тому же в одном и том же смысле»[3], по мнению Аристотеля, является «самым достоверным из всех начал, по отношению к которому невозможно ошибиться»[4].

В Древней Греции логической проблематикой интересовались также стоики[5] и софисты[6].

Основателем школы стоиков был Зенон Китийский. Больше всего содействовал развитию и усовершенствованию стоической философии Хрисипп. Стоики в своих учениях и наставлениях не столько предлагали нечто новое, сколько старались применить прежние учения и сделать их пригодными для практики.

*Софисты* основное внимание уделяли анализу логических ошибок в рассуждениях людей.

Средние века — второй период подъема науки логики. Как уже было отмечено, логика становится одной из основных учебных дисциплин. Она входит в тривиум — цикл из трех наук, включающий в себя помимо логики грамматику и риторику. Грамматика — наука о том,

---

истинность некого высказывания, вытекающая из предположения об истинности другого (или других) высказываний.

3 Цит. по: *Перминов В. Я.* Философия и основания математики: М.: Прогресс-Традиция, 2001. С. 79.

4 Там же.

5 Стоицизм — философская школа, возникшая во времена раннего эллинизма и сохранившая влияние вплоть до конца античного мира. Своё имя школа получила по названию портика *Стоа Пойкиле*, где основатель стоицизма Зенон Китийский впервые самостоятельно выступил в качестве учителя.

6 Софист, в переводе с древнегреческого, — это умелец, изобретатель, мудрец, знаток. Софистами в Древней Греции называли платных преподавателей красноречия, а также представителей философского направления «софизм», распространенного в Греции со 2-й половины V в. по 1-ю половину IV в. до Р. Х. В широком смысле термин «софист» служил для обозначения искусного или мудрого человека.

как правильно говорить, риторика — о том, как красиво говорить, логика — о том, как сделать из речи обоснованные выводы. Михаил Пселл, византийский политический деятель, историк, писатель и ученый, живший в XI столетии, говорит о логике так: «Логика — это искусство из искусств и наука из наук, которая указывает путь к основам всех методов»[7].

Несмотря на столь высокое мнение о логике средневековых деятелей науки и образования, следует признать, что после Аристотеля вплоть до середины XIX в. каких-либо значимых, концептуальных прорывов в ней не наблюдалось. Великий философ Иммануил Кант (1724–1804) утверждал даже, что логика с самого начала была завершенной наукой, которая не сделала ни одного шага вперед со времен Аристотеля.

Мнение И. Канта о завершенности науки логики было ошибочным, поскольку на современном этапе своего развития логика полностью преобразилась.

Современный этап

Основная особенность современного этапа развития логики — превращение значительной ее части в математику.

Еще в XVIII в. о возможности сведения логики к арифметике говорил Г. В. Лейбниц[8]. В течение всей своей философской биографии, а особенно с конца 1670-х гг., Лейбниц стремился осуществить алгебраизацию всего человеческого знания путем построения универсального «философского исчисления», позволяющего решить даже самые сложные проблемы посредством простых арифметических операций. Тогда при возникновении споров философам достаточно было бы взять в руки перья, сесть за свои счетные доски и сказать друг другу (как бы дружески приглашая): «Давайте посчитаем!».

---

[7] Цит. по: *Хоменко И. В.* Логика. Теория и практика аргументации: учеб. для бакалавров. М.: Юрайт, 2012. С. 13.

[8] Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646–1716) — великий немецкий ученый-энциклопедист. Конкурент И. Ньютона в создании теории бесконечно малых, которая является основой математического анализа.

Но разделы, с которых начиналась математическая логика, носят имя другого ученого — Д. Буля[9] (булевы переменные, булевы функции, булева алгебра и др.). Буль не считал логику разделом математики, но находил глубокую аналогию между символическим методом алгебры и символическим методом представления сложных высказываний. Он показал, как из любого числа высказываний, включающих любое число терминов, вывести любое заключение, следующее из этих высказываний, путём чисто символических манипуляций, аналогично тому, как систему уравнений с любым числом переменных можно решить, выполняя над ней формальные математические операции.

Математическая логика — основа вычислительной техники. Именно благодаря развитию этого раздела знаний оказалось возможным не только спроектировать, создать и непрерывно совершенствовать компьютеры, но и обеспечивать их программами, которые неслучайно имеют название интеллектуальных.

Помимо традиционной и математической логики в настоящее время непрерывно появляются различные разделы этой науки. Их появление обусловлено потребностями как науки (многозначная логика, модальная логика, интуиционистская логика и др.), так и практики (логика норм, логика оценок, логистика и т. д. и т. п.).

## 1.2. Предмет логики

Слово «логика», происходит от древнегреческого «λόγος» — «слово», «мысль», «смысл», «понятие», «намерение». Под логосом в Древней Греции понимали всеобщую необходимость, стойкую закономерность.

В настоящее время термином «логика» обозначают:

– взаимосвязи явлений, событий, действий людей (логика истории, логика фактов, логика прогресса и т. п.);

– обоснованность, доказательность положений, выдвигаемых человеком (логика мышления, женская логика, железная логика);

– науку логику.

---

[9] Джордж Буль (1815–1864) — английский математик и логик.

Разумеется, в нашем курсе мы будем говорить только о науке «логика».

Несмотря на наличие множества далеких друг от друга разделов, логика остается единой наукой. Объединяет ее *предмет изучения*.

Приведем несколько мнений по поводу того, что является предметом изучения науки логики.

– «...формальная логика есть наука о формах, т. е. структурах, мысли»[10];

– формальная логика — наука о законах и операциях правильного мышления;

– «...логика — это наука, которая изучает формы (схемы) рассуждения людей»[11];

– «...логика может быть определена как наука о законах правильного мышления, или наука о законах, которым подчиняется правильное мышление»[12];

– «...логика — наука не о законах „правильного мышления“ или правилах построения исчислений, а о ***законах открытия, обоснования и сохранения истины***»[13];

– «...логика есть наука о наиболее общих законах бытия истины»[14].

Подводя итог вышесказанному, будем считать, что наука логика определяет законы, нормы и правила, в соответствии с которыми люди должны рассуждать, получая истинные выводы из своих рассуждений.

## 1.3. Задачи логики

Основная задача логики — обнаружение и систематизация схем правильного рассуждения.

Эти схемы представляют собой логические законы, лежащие в основе логически правильного мышления. Рассуждать логично — значит рассуждать в соответствии с законами логики.

---

[10] Формальная логика. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1977. С. 9.

[11] *Хоменко И. В.* Логика. С. 12.

[12] *Челпанов Г. И.* Учебник логики. М.: Научная библиотека, 2010. С. 4.

[13] *Светлов В. А.* Современная логика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2006. С. 14.

[14] Цит. по: *Светлов В. А.* Современная логика. С. 15.

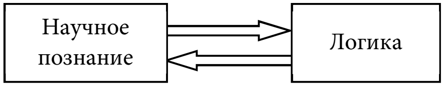



*Рис. 1.* Схема взаимосвязи научного познания и логики

Логика не является эмпирической, опытной наукой, но стимулы к развитию она черпает из практики реального мышления. Ее развитие всегда было связано с практикой научного познания (рис. 1). Теоретические научные рассуждения дают материал, из которого логика извлекает свои законы, т. е. формы мысли, обеспечивающие сохранение истинности. В свою очередь, логические законы становятся законами научного познания.

Логика активно реагирует на изменения в стиле научного мышления, на осмысление его особенностей в теории науки.

Отметим четыре основных направления логических исследований:

1) анализ логического и математического знания;

2) применение логического анализа к опытному знанию;

3) применение логического анализа к логически-нормативному знанию;

4) применение логического анализа в исследовании приемов и операций, используемых во всех сферах научной деятельности.

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Можно ли говорить: «Логика Промысла Божия»? Если да, то что это означает на интуитивном уровне?

2. Назовите основные этапы развития науки логики.

3. Назовите предмет изучения логики.

4. Поясните, в чем вы видите смысл понятия «законы открытия, обоснования и сохранения истины».

5. Найдите в Интернете и кратко законспектируйте биографии Аристотеля, Пселла, Лейбница и Буля.

# 2. МЫШЛЕНИЕ И ЯЗЫК

## 2.1. О происхождении языка

О значении языка в формировании мировоззрения человека очень точно говорит диак. А. Кураев[15]: «...не нужно доказывать, что обратить человека в мою веру означает, прежде всего, навязать ему мой язык. Если он будет говорить моим языком, значит, он уже будет смотреть на мир моими глазами. По точному выражению Витгенштейна, „Границы моего языка — это границы моего мира“».

Из всех выдвинутых наукой теорий происхождения языка только одна с момента появления и по сей день сохраняет свои позиции, несмотря на то, что все это время ее противники заняты отчаянными поисками контраргументов против нее. Это теория божественного сотворения языка. Вера в то, что его создал и дал людям всемогущий и всеведущий Бог, позволяет обойти те непреодолимые препятствия, о которые разбиваются все теории возникновения языка эволюционным путем[16].

Священное Писание позволяет христианам утверждать, что язык существует с того момента, как «создал Господь Бог человека из праха земного, и вдунул в лицо его дыхание жизни, и стал человек душею живою» (Быт 2. 7). Из всех сотворенных Им живых существ только людей Бог наделил языком, способностью давать имена. Далее читаем: «Господь Бог образовал из земли всех животных полевых и всех птиц небесных, и привел [их] к человеку, чтобы видеть, как он назовет их, и чтобы, как наречет человек всякую душу живую, так и было имя ей» (Быт 2. 19).

Таким образом, человеческий язык возникает почти одновременно с появлением человека. И сейчас, несмотря на всю немыслимую сложность языка, дети, едва научившись ходить, начинают понимать и употреблять язык.

---

15 *Кураев А., диак.* Христианин в языческом мире, или О наплевательском отношении к порче. URL: http://www.xpa-spb.ru/libr/Kuraev/hristianin.html (дата обращения: 30.08.2016).

16 *Калашникова Л. В.* Введение в языкознание: курс лекций. URL: http://4itaem.com/author/larisa_valentinovna_kalashnikova-87415 (дата обращения: 30.08.2016).

Язык есть инструмент передачи мысли во вне. Без словесной оболочки мысль одного человека недоступна для других людей. Высказывание — это проявленная мысль.

## 2.2. Соотношение мышления и языка

Мышление и язык — две предполагающие друг друга стороны процессов познания и общения. Язык участвует не только в выражении мысли, но и в самом её формировании. Вместе с тем, язык и мышление не тождественны.

Неизвестно, в чем в действительности состоит «процедура мышления» человека, но на уровне коммуникации при общении друг с другом люди широко используют формальную логику. В повседневной речи, не говоря уже о языке науки, практически всегда прослеживается логическая структура. А еще в повседневную речь постоянно вплетаются цепочки силлогизмов[17]. Однако «мышление человека богаче его дедуктивной формы»[18].

Если оценивать язык с точки зрения передаваемой информации, то любой естественный язык избыточен. В лингвистике, например, проводилось измерение информативной ёмкости языков. После статистической обработки большого числа текстов, выполненной с помощью ЭВМ, а также сопоставления длин переводов одного и того же текста на разные языки и многочисленных экспериментов по угадыванию букв текста выяснилось, что при равномерной нагрузке речевых единиц информацией тексты могли бы укоротиться в 4–5 раз. Так был установлен факт избыточности естественных языков и довольно точно измерена величина такой избыточности, находящаяся в этих языках примерно на одном уровне.

Язык полиморфен[19]. Это касается не только обыденного языка, но и языка науки, и даже языка «самой точной» из наук — математики.

---

[17] О силлогизмах см. гл. 8.

[18] *Налимов В. В.* Вероятностная модель языка. М.: Наука, 1979. С. 72–73. Василий Васильевич Налимов (1910–1997) — известный русский (советский) ученый, профессор МГУ.

[19] В программировании *полиморфизмом* называется наличие нескольких значений у одной и той же лексической или синтаксической формы. В языкознании близким этому термину является слово «полисемия», обозначающее многозначность, многовариантность,

Нечеткие и неотчетливые по своему смыслу слова с неровными краями областей смыслового содержания, неясность разграничительных линий между понятиями, их многообразие и пестрота — все это создает возможность для нарушения строго дедуктивных форм мышления. Такие нарушения являются большим достоинством языка, без них язык не мог бы являться универсальным средством познания и общения. Полиморфизм языка — один из способов допущения «нестрогости» логики при внешнем сохранении дедуктивной строгости. Полиморфизм позволяет вводить в систему суждений ту рассогласованность, без которой эта система была бы неполна, т. е. многие мысли человек просто не смог бы высказать.

Этот довольно парадоксальный вывод пришел из математики, после того как К. Гёделем были доказаны его знаменитые теоремы о неполноте[20]. Теоремы Гёделя касаются свойств определенных математических структур, однако извлеченное из математического контекста содержание этих теорем имеет глубочайший гносеологический[21] смысл. Суть его в том, что любая четко определенная замкнутая система либо неполна, либо противоречива. Неполнота означает, что в системе обязательно найдется утверждение, сформулированное в терминах этой системы, которое средствами логики нельзя ни доказать, ни опровергнуть. Если допустить, что такого утверждения нет, то найдется утверждение, одновременно истинное и ложное в терминах системы. Как бы мы ни расширяли такую систему, достичь полноты невозможно. Чтобы исправить положение, приходится делать систему открытой, т. е. привлекать «внешних экспертов», но не включать их в систему. В соответствии с этим, лишь нечеткая (полиморфная) система с нестрогой логикой позволяет формулировать и обсуждать любые вопросы. Именно такой системой и является язык.

Начиная с 1930-х гг. закладываются основы изучения «машинного мышления». Современной ветвью этого знания является теория ис-

---

наличие у единицы языка двух и более значений, исторически обусловленных или взаимосвязанных по смыслу и происхождению.

[20] См., напр.: *Лихтарников Л. М., Сукачева Т. Г.* Математическая логика. Задачник-практикум и решения. СПб.: Лань, 1999. С. 138.

[21] Гносеология — теория познания.

кусственного интеллекта. Одна из первых работ, посвященных вопросу о машинном разуме, — «Вычислительные машины и интеллект» — была написана в 1950 г. британским математиком Аланом Тьюрингом[22]. Ответ на вопрос «Можно ли заставить машину думать?» А. Тьюринг предложил проверить экспериментально, проведя тест (рис. 2[23]).

Тест Тьюринга заключается в том, что программа (A) в течение 5 минут участвует в разговоре (складывающемся из сообщений, которые передаются в оперативном режиме) с некоторым собеседником (C). Затем этот собеседник должен определить, проводился ли этот разговор с программой или с другим человеком (B). Компьютер успешно пройдет тест, если человек-экспериментатор (C), задавший ему в письменном виде определенные вопросы, не сможет определить, получены ли письменные ответы от другого человека (B) или от некоторого устройства (A). Программа успешно проходит тест, если ей удается обмануть собеседника в 30 % случаев.

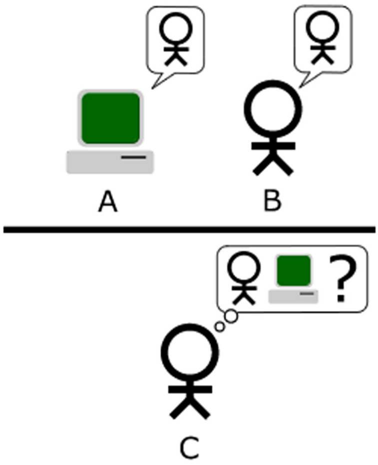



*Рис. 2.* Схема теста Тьюринга

Тьюринг предсказывал, что к 2000 г. компьютер удастся запрограммировать настолько успешно, что он пройдет этот тест, но оказался неправ. Некоторых людей еще раньше удавалось водить за нос в течение 5 минут. Но ни одной программе не удалось приблизиться к 30 %-му критерию в борьбе против специально обученных судей.

Создание компьютеров потребовало наметившегося гораздо ранее разделения языков на естественные и искусственные.

*Естественные* языки, называемые также «повседневными», «разговорными», «обычными» и т. п., складываются стихийно и постепенно

---

[22] Алан Матисон Тьюринг (1912–1954) — английский математик. Основные работы — по математической логике и вычислительной математике.

[23] Рисунок взят в Интернете. Адрес: https://ru.wikipedia.org/wiki/Тест_Тьюринга (дата обращения: 30.08.2016).

(причина, по которой люди говорят на разных языках и не понимают друг друга, изложена в Ветхом Завете).

*Искусственные* языки создаются людьми для каких-либо специальных целей. Таковы, например, языки математики, ряда разделов логики, алгоритмические языки программирования для ЭВМ, шифры и т. п.

Как пишет известный российский языковед М. Я. Блох, «Коренное различие между языком и искусственной знаковой системой состоит в том, что искусственная знаковая система специально создается как заместитель языка, репрезентируя его в определенной узкой сфере общения. Иначе говоря, любой искусственный язык-код связан с обозначаемыми предметами опосредованно, через естественный язык, то есть через его слова и предложения. Обычный, естественный человеческий язык не только лежит в основе создания любой искусственной знаковой системы, но он является тем коренным фактором, который постоянно поддерживает существование и использование искусственной знаковой системы. Где нет естественного языка, там не может быть и никакой искусственной знаковой системы, специфически замещающей собой лишь отдельный его участок»[24].

В *традиционной логике* используют обычный и частично искусственный языки. В большинстве разделов *современной логики* используется искусственный язык, строящийся по строго сформулированным правилам. Более того, именно в современной логике разработаны принципы построения искусственного логического языка.

Создание искусственного логического языка имело примерно такое же значение для разработки вычислительной техники, какое в области производства имел переход от ручного труда к труду механизированному. Современная логика — это не только инструмент точной мысли, но и «мысль» первого точного инструмента, электронного автомата, непосредственно в роли партнёра включённого человеком в сферу решения интеллектуальных задач по обработке (хранению, анализу, вычислению, моделированию, классификации) и передаче информации в любой области знания и практики[25].

---

[24] *Блох М. Я.* Теоретические основы грамматики: учеб. 2-е изд., испр. М.: Высш. шк., 2000. 160 с.

[25] *Новосёлов М. М.* Беседы о логике. М., 2006. 158 с.

Созданный для целей логики язык получил название *формализованного*. Слова обычного языка заменяются в нем отдельными буквами и различными специальными символами. Формализованный язык — это «насквозь символический» язык. Создание формализованного языка, понятного как человеку, так и компьютеру, потребовало создания особого раздела языкознания — математической лингвистики.

Таблица 1

*Основные составляющие обычных и формализованных языков*

| **Обычные языки** | | **Формализованные языки** | |
|---|---|---|---|
| Словарный состав языка | Вся совокупность слов, входящих в состав какого-либо языка | Алфавит | Совокупность объектов, называемых символами или буквами, каждый из которых можно воспроизводить в неограниченном числе экземпляров |
| Синтаксис | Раздел лингвистики, изучающий строение предложений и словосочетаний; исследует связь слов в словосочетаниях и предложениях, виды синтаксической связи, типы словосочетаний и предложений, значение словосочетаний и предложений, соединение простых предложений в сложные | Синтаксис | Раздел, где описывается формальный математический язык или язык программирования, исследуются вид, форма и структура конструкций (без учета их значения или практической применимости) |
| Грамматика | Раздел лингвистики, занимающийся изучением и описанием строения слов (словообразование) и словоизменения (морфология), видов словосочетаний и типов предложений (синтаксис), а также правилами и законами правописания, единообразия написания и передачи речи | Грамматика | Правила, по которым из букв алфавита строятся их правильные последовательности, принадлежащие определенному языку |
| Семантика | Раздел языкознания, изучающий значение единиц языка | Семантика | Интерпретация (или смысловое значение) абстрактного синтаксиса |

В табл. 1 сопоставлены некоторые понятия формализованного и обычного языка. Как видно из таблицы, грамматика как обычного, так и формализованного языка является обобщением понятий — «словарь (алфавит)» и «синтаксис». Семантика интерпретирует, наделяет смыслом построенные по правилам предложения языка.

Приведем в качестве примера, иллюстрирующего отличие синтаксиса от семантики, отрывок из «Лингвистических сказочек» Л. Петрушевской[26]:

**Пример 1**

**Пуськи бятые**

Сяпала Калуша с Калушатами по напушке. Увазила Бутявку, и волит:

— Калушата! Калушаточки! Бутявка!

Калушата присяпали и Бутявку стрямкали. И подудонились.

А Калуша волит:

— Оее! Оее! Бутявка-то некузявая!

Калушата Бутявку вычучили.

Бутявка вздребезнулась, сопритюкнулась и усяпала с напушки.

А Калуша волит калушатам:

— Калушаточки! Не трямкайте бутявок, бутявки дюбые и зюмо-зюмо некузявые. От бутявок дудонятся.

А Бутявка волит за напушкой:

— Калушата подудонились! Зюмо некузявые! Пуськи бятые!

Очевидно, что человек, для которого русский язык является родным[27], распознает этот текст как текст русского языка, написанный в полном соответствии с требованиями *синтаксиса*. Однако *семантику*, значение, содержание предложений текста каждый будет определять сам, т. е. каждый человек может интерпретировать этот текст по-своему.

Пример 2 также иллюстрирует разделение синтаксиса и семантики (уже формальной), грамматики логического исчисления.

**Пример 2**

$$\begin{array}{c} A(P,Q) \\ A(H,P) \\ \hline \therefore A(H,Q) \end{array}$$

Эта схема представляет собой символическую, *синтаксически* правильную запись известного со времен Аристотеля *силлогизма barbara*. Человек, знакомый с языком формальной логики, каков бы ни был его родной язык, сможет дать интерпретацию (определить семантику) этого символа.

26 *Петрушевская Л.* Лингвистические сказочки. URL: http://www.opentextnn.ru/man/?id=337 (дата обращения: 30.08.2016).

27 Отметим, что дети 2–4 лет понимают данный текст как игру. При этом синтаксис текста им вполне понятен, а семантику они додумывают сами.

В словесном оформлении *русского языка* силлогизм *barbara* читают так: «Все *P* есть *Q*. Все *H* есть *P*. Следовательно, все *H* есть *Q*». Это суждение сможет понять человек, *владеющий русским языком* и знакомый с формальной логикой. Придав конкретный смысл символам *P*, *Q* и *H*, он получит интерпретацию этого символа. Например, «Все православные веруют, что Святой Дух исходит от Бога Отца. Прихожане Преображенской церкви — православные. Следовательно, они веруют, что Святой Дух исходит от Бога Отца». Подчеркнем, что первоначальная схема более универсальна, чем ее расшифровка на русском языке: для ее интерпретации не требуется знания русского языка.

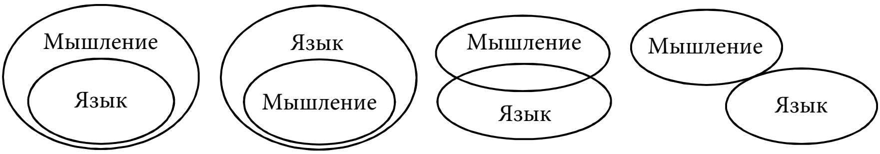
## Вопросы и задания для самопроверки

1. Сделайте презентацию по истории Вавилонской башни.

2. Можно ли считать, что до истории с Вавилонской башней люди понимали друг друга?

3. Однозначен ли язык Бога?

4. На рисунке изображены диаграммы Эйлера — Венна, иллюстрирующие возможные соотношения между мышлением и языком.




*а)* *б)* *в)* *г)*

Какая из них, на Ваш взгляд, правильная? Ответ обоснуйте.

5. Постройте диаграммы Эйлера — Венна для понятий «грамматика», синтаксис», «семантика». Одинаковы ли эти диаграммы для естественного языка и формализованного языка? Ответ обоснуйте.

# 3. ПОНЯТИЕ. СИСТЕМЫ ПОНЯТИЙ

## 3.1. Множество. Подмножество. Операции над множествами

В математике часто используется термин «множество». Георг Кантор (1845–1918) — немецкий математик, чьи работы лежат в основе теории множеств, говорил, что «множество — это многое, мыслимое как единое». Объекты, из которых состоит множество, называют его элементами. Несмотря на то, что Г. Кантор говорил о множестве как о «многом», имеют место пустые множества, не содержащие ни одного элемента, и множества, содержащие один или несколько (немного) элементов.

Элементами множества могут быть любые объекты: материальные вещи, числа, точки, слова, предложения, мысли, тексты (любой длины) и пр.

Начиная решать какую-либо задачу, прежде всего определяют множество тех объектов, которые будут в ней рассмотрены. Например, в задачах математического анализа изучают всевозможные числа, их последовательности, функции и т. п.

Множество, включающее в себя все объекты, рассматриваемые в задаче, называют *универсальным множеством* (для данной задачи), или *универсумом*.

Универсум обозначают буквой «$U$». Универсум — это *наибольшее множество* в том смысле, что все объекты, о которых идет речь, являются его элементами. *Наименьшим множеством* является *пустое множество*. Оно не содержит ни одного элемента и обозначается символом «$\varnothing$».

Удобной иллюстрацией множеств являются *диаграммы Эйлера — Венна*. На этих диаграммах универсум изображают прямоугольником, а его подмножества — кругами или эллипсами (рис. 3.1).

Задать множество $A$ — значит указать способ, позволяющий относительно любого элемента универсума *однозначно* установить, принадлежит этот элемент множеству $A$ или не принадлежит.

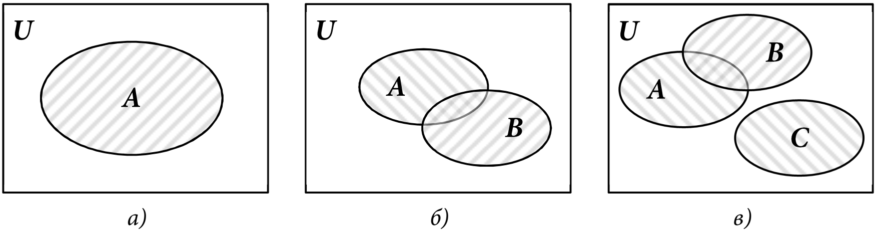



*Рис. 3.1.* Диаграммы Эйлера — Венна:
*а*) одно подмножество в универсуме *U*; *б*) два пересекающихся подмножества в универсуме *U*; *в*) три подмножества в универсуме *U*: *A* и *B* пересекаются между собой, но не пересекаются с *C*

Термин «*подмножество*» понятен интуитивно. Приведем определение подмножества: множество *A* называют ***подмножеством*** множества *B*, если каждый элемент множества *A* является элементом множества *B*. Отношение между множеством и подмножеством называют ***отношением включения.***

Обратим внимание на то, что в определении подмножества не сказано, имеются ли во множестве *B* элементы, не принадлежащие *A*. Возможны два случая:

1) *B* содержит элементы, не принадлежащие *A*;
2) *B* не содержит элементы, которые не принадлежат *A*.

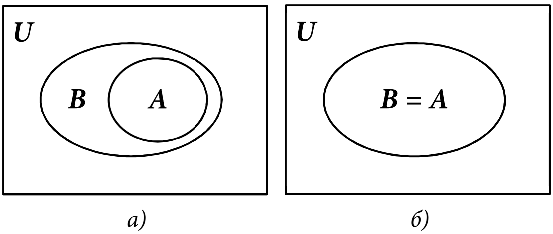



*Рис. 3.2.* Диаграммы Эйлера — Венна:
*а*) для случая *A* — правильная часть *B*; *б*) для случая *A* = *B*

В первом случае множество *A* «меньше» множества *B*, его называют ***правильной частью*** *B* (рис. 3.2, *а*). Когда два множества состоят из одних и тех же элементов, их называют ***равными множествами*** (рис. 3.2, *б*).

Над множествами можно выполнять операции, аналогичные тем, которые выполняют над числами.

1. Операция дополнения[28] ( $\overline{A}$ )

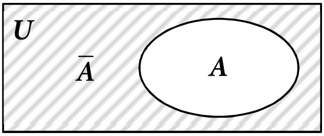



*Рис. 3.3.* Изображение дополнения множества *A* на диаграмме Эйлера-Венна

***Дополнением множества*** *A* называют множество $\overline{A}$, состоящее из тех и только тех элементов универсального множества, которые не принадлежат множеству *A*.

На рис. 3.3 множество $\overline{A}$ представлено заштрихованной областью.

2. Операция пересечения[29] ($A \cap B$)

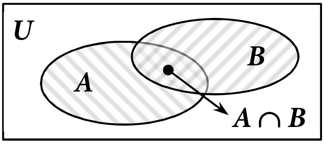



*Рис. 3.4.* Изображение пересечения множеств *A* и *B* на диаграмме Эйлера — Венна

***Пересечением множеств*** *A* и *B* называют множество $A \cap B$, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат как множеству *A*, так и множеству *B*.

На рис. 3.4 множество $A \cap B$ представлено областью с двойной штриховкой.

3. Операция объединения[30] ($A \cup B$)

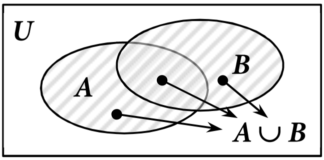



*Рис. 3.5.* Изображение объединения множеств *A* и *B* на диаграмме Эйлера — Венна

***Объединением множеств*** *A* и *B* называют множество $A \cup B$, состоящее из тех и только тех элементов, которые принадлежат множеству *A* или множеству *B* или обоим множествам.

На рис. 3.5 множество $A \cup B$ представлено заштрихованной областью.

---

[28] Операция дополнения аналогична арифметической операции вычитания: из большого множества удаляется его подмножество. Если во множествах *U* и *A* конечное число элементов, то чтобы узнать, сколько элементов в $\overline{A}$, надо выполнить операцию вычитания.

[29] Операцию пересечения называют в некоторых учебниках операцией умножения. Однако произведение чисел элементов во множествах *A* и *B* отнюдь не равно числу элементов в $A \cup B$. Аналогия с арифметической операцией есть, но не столь очевидная, как в случаях дополнения и объединения.

[30] Операцию объединения называют также операцией сложения. Если *A* и *B* имеют конечное число элементов и не пересекаются, то число элементов в $A \cup B$ равно сумме чисел элементов в этих множествах.

## 3.2. Понятие: имя, объем, содержание

Математическому термину «множество» соответствует логический термин «понятие». Определение или пояснение этого термина можно найти в каждом учебнике логики. Но, как отмечено в статье Д. В. Власова[31], единого подхода к определению понятия не существует.

В качестве наиболее типичных определений понятия в указанной статье даны определения Е. К. Войшвилло[32]:

– форма мышления, отражающая и фиксирующая существенные признаки вещей и явлений объективной действительности;

– мысль, отражающая существенные признаки предметов;

– итог, результат обобщения явлений, их свойств, признаков, закономерных связей;

– научное понятие как форма логического мышления является концентрированным отражением внутренних, существенных, определяющих свойств и закономерных связей предметов материального мира.

Как видно из этого перечня, термин «понятие» сводится к термину «мышление». Но в предыдущей главе отмечено, что сам термин «мышление» достаточно сложный и неопределенный. Поэтому в дальнейшем изложении будем опираться не на термин «мышление», а на весьма прозрачную связь между терминами «понятие» и «множество». Тем более что при изучении законов формальной логики такой подход оказывается весьма полезным.

**Пример 1**

Кого называют иконописцем? Ответ очевиден: иконописец — это человек, который писал или пишет иконы.

Существует ***понятие*** — «иконописец». Само слово «иконописец» есть ***имя*** этого понятия. «Человек, который писал или пишет иконы» — его ***содержание*** (смысл, семантика). Множество людей, пишущих или писавших иконы, образуют ***объем*** понятия «иконописец».

---

[31] *Власов Д. В.* Понятие как форма мысли и проблема онтологического статуса признаков // Философия и общество. URL: http://www.socionauki.ru/journal/articles/130493 (дата обращения: 30.08.2016).

[32] Войшвилло Е. К. (1913–2008) — советский и российский философ, логик, д-р философ. наук, профессор МГУ им. М. В. Ломоносова, лауреат Ломоносовской премии I степени, ветеран ВОВ.

### Пример 2

Пусть элементами множества *M* являются следующие десять текстов[33]:

1. Я Господь, твой Бог, который вывел тебя из Египта, из неволи. Пусть у тебя не будет никаких богов, кроме Меня.
2. Не делай себе изваяний божества — никаких изображений того, что вверху на небе, того, что внизу на земле, или того, что в воде, ниже земли. Не поклоняйся им и не служи им, ибо Я, Господь, твой Бог, — ревнивый Бог. За грехи отцов, отвергнувших Меня, Я караю их детей, внуков и правнуков. А потомкам тех, кто Меня любит и исполняет Мои повеления, Я и в тысячном поколении воздаю добром.
3. Не произноси попусту имя Господа, Бога твоего. Господь не оставит безнаказанным того, кто так делает.
4. Помни, что суббота — священный день. Шесть дней работай, занимайся делами, а седьмой день — суббота: он принадлежит Господу, твоему Богу. Работать в этот день нельзя никому — ни тебе, ни сыну твоему, ни дочери, ни рабу твоему, ни рабыне, ни твоему скоту, ни переселенцу, что живет в твоем городе. Ибо за шесть дней Господь создал небо и землю, и море, и все, что их наполняет, а в седьмой день отдыхал. Поэтому благословил Господь субботний день и сделал его священным.
5. Чти отца и мать, чтобы долгой была твоя жизнь на той земле, которую Господь, твой Бог, тебе дарует.
6. Не убивай.
7. Не прелюбодействуй.
8. Не воруй.
9. Не давай лживых показаний против ближнего.
10. Не желай отнять чужой дом, не желай отнять чужую жену, чужих рабов и рабынь, чужих быков и ослов — ничего чужого.

Имя этого множества — «Десять заповедей, данных Богом Моисею» (Исх 20. 2–17) — является ***именем понятия***. Само множество *M*, содержащее 10 элементов (10 заповедей), есть ***объем понятия*** с данным именем. Слова, составляющие имя понятия, имеют определенную ***семантику*** (содержание, смысл, значение) и могут быть интерпретированы с помощью других слов. Очевидно, что семантика по крайней мере данного понятия меняется в зависимости от ***контекста***, т. е. временнóго, культурного и социального окружения.

Итак, из приведенных примеров можно сделать вывод, что понятие определяется тремя взаимосвязанными компонентами:

- именем;
- объемом;
- содержанием.

---

33 Напомним, что элементами множества могут быть любые объекты: материальные вещи, числа, точки, слова, предложения, мысли, тексты (любой длины) и пр.

Причем, как было отмечено в примере 2, содержание понятия может существенно зависеть от контекста.

Рассмотрим более подробно все компоненты понятия.

### 3.2.1. Имя понятия (термин)

Имя понятия[34] — это слово («иконописец») или совокупность синтаксически связанных слов («Десять заповедей, данных Богом Моисею»). Имя есть символ, знак понятия. Люди, воспитанные в одной культурной традиции (например, православии), для которых родным является один и тот же язык (скажем, русский), услышав или прочитав имя понятия, сразу же понимают, о чем идет речь.

Имя понятия есть указатель на его объем и содержание. Правда, и то и другое чаще всего для разных людей несколько различается, т. е. имя понятия указывает на размытый, нечеткий объем и, скорее всего, еще более размытое, нечеткое содержание. В любом конструктивном диалоге следует перед использованием новых терминов (имен понятий) прояснять и уточнять их смысл и объем.

Еще более строго должны быть определены объем и содержание ***научного понятия***. Если понятие, используемое в диалоге, должно быть ***оговóрено*** (прояснено), то научное понятие должно быть ***определено***. Определение понятий, используемых в науке, — важная и отнюдь не простая задача этой науки.

### 3.2.2. Объем понятия. Отношения между понятиями

Имя понятия есть имя множества, каждому из элементов которого может быть это имя присвоено. Такое множество называют объемом понятия.

**Пример 1**

Имя понятия: «натуральное число». Объем понятия: $N = \{1, 2, 3, ..., n, ...\}$ — множество натуральных чисел. Каждому элементу множества $N$ можно присвоить имя понятия:

«1 — натуральное число»,
«8 — натуральное число»,
«1395904 — натуральное число» и т. д.

[34] Синонимом словосочетания «имя понятия» является слово «термин».

Если взять объект, не принадлежащий объему понятия, и присвоить ему имя понятия, получим либо бессмыслицу[35] (абсурд), либо ложь: «понедельник есть натуральное число» (бессмыслица), «3/8 есть натуральное число» (ложь).

**Пример 2**

Имя понятия: «Таинства Святой Православной Церкви». Объем понятия: {крещение, миропомазание, покаяние, причащение, брак, священство, елеосвящение}. Соединяя любой из элементов объема с именем понятия, получаем истинное утверждение: «Брак — это Таинство Святой Православной Церкви», «Покаяние есть Таинство Святой Православной Церкви» и т. д. Если взять объект, не принадлежащий объему понятия, и присвоить ему имя понятия, получим либо бессмыслицу, либо ложь: «Пост есть Таинство Святой Православной Церкви» (абсурд), «Литургия есть Таинство Святой Православной Церкви» (ложное высказывание).

Итак, объем понятия — это множество, состоящее из всех объектов, которым можно присвоить имя понятия и при этом получить истинное высказывание. Если, присвоив имя понятия какому-либо объекту, получаем ложное высказывание или абсурд, значит, этот объект объему данного понятия не принадлежит.

Обычно, рассматривая какое-то понятие, имеют в виду не только его объем, но и универсум, в который данный объем погружен. При этом необходимым требованием к универсуму является следующее: присвоив имя понятия любому элементу универсума, получим либо истинное, либо ложное высказывание, но не абсурд.

Таким образом, введение универсума, часто негласное, позволяет избегать абсурдов.

Поскольку объемы понятий являются множествами, их удобно изображать диаграммами Эйлера — Венна (рис. 3.6).

Проанализируем рис. 3.6. Прежде всего, отметим, что имена понятий на рисунках *а), б), в), г), д), е)* обозначены большими латинскими буквами. Это ***общепринятое символическое обозначение имен понятий***. Что следует понимать, скажем, под буквой «*P*»? *P* есть ***замена имени*** любого понятия. Например, понятие *P* — это «Таинства Святой Православной Церкви», или *P* — это «натуральное число», или *P* — «Десять заповедей, данных Богом Моисею» и т. п. Таким образом, *P* можно рассматривать как переменную, вместо которой в конкретной ситуации подставляется имя определенного понятия. Символ «*P*»

[35] В математике используется термин «бессмыслица», в логике — «абсурд».

есть также и обозначение множества, которое является объемом понятия *P*.

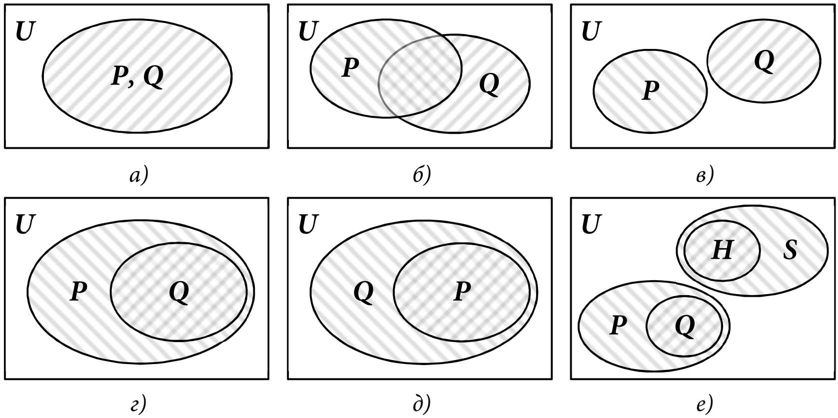



*Рис. 3.6.* Изображение объемов понятий на диаграммах Эйлера — Венна:
*а*) равнозначные понятия *P* и *Q*; *б*) пересекающиеся понятия *P* и *Q*;
*в*) понятия *P* и *Q*, исключающие друг друга; *г*) *Q* подчинено *P*; *д*) *P* подчинено *Q*;
*е*) *Q* подчинено *P*, *H* подчинено *S*, кроме того, *P* исключает *H* и *S*, *Q* исключает *H* и *S*

Аналогично на рис. 3.6 использованы и все остальные буквы, кроме буквы «*U*». Эта буква означает универсум, позволяющий при формировании высказываний избегать абсурда.

Множества могут находиться в различных отношениях. Некоторые из этих отношений показаны на рис. 3.6:

а) Множества *P* и *Q* состоят из одних и тех же элементов: если некий объект является элементом множества *P*, то он обязательно войдет во множество *Q*, и наоборот: каждый элемент *Q* есть элемент *P*.

Если объемы понятий *P* и *Q* равны, то эти понятия называют ***равнозначными***.

**Пример**

*P* — Святая Троица; *Q* — Бог Отец, Бог Сын, Бог Дух Святой.

б) Множества *P* и *Q* имеют общие элементы. Однако некоторые элементы *P* не являются элементами *Q*, так же, как и некоторые элементы *Q* не являются элементами *P*. Такие множества называют пересекающимися.

Понятия, объемы которых — пересекающиеся множества, называют ***пересекающимися***.

**Пример**

$P$ — догматы православной Церкви; $Q$ — догматы католической Церкви.

в) Множества $P$ и $Q$ не имеют общих элементов.

Понятия, объемы которых не имеют общих элементов, называют ***исключающими***.

**Пример**

$P$ — святой; $Q$ — грешник.

Рис. 3.6, *г)* и *д)* иллюстрируют отношение подчинения понятий:

г) Множество $Q$ есть правильная часть множества $P$. Понятие $Q$ ***подчинено*** понятию $P$.

**Пример**

$P$ — Двунадесятые праздники православной Церкви; $Q$ — Двунадесятые неподвижные праздники.

д) Множество $P$ есть правильная часть множества $Q$. Понятие $P$ ***подчинено*** понятию $Q$.

**Пример**

$P$ — Великие праздники православной Церкви; $Q$ — Двунадесятые праздники православной Церкви.

Рис. 3.6, *е)* иллюстрирует комбинацию трех предыдущих случаев (см. рис. 3.6, *в–д*). Понятия $P$, $Q$, $H$, $S$ называют соподчиненными понятию $U$.

Итак, в логике выделяют следующие четыре отношения между понятиями:

– равнозначность;
– пересечение;
– исключение;
– подчинение.

### 3.2.3. Содержание понятия. Определение понятия

В математике один из способов задать множество — указать его характеристическое свойство. Характеристическим свойством множества называют свойство или совокупность свойств, которым ***обладает каждый элемент множества, но не обладает никакой объект, не принадлежащий множеству***.

В логике аналогом характеристического свойства является совокупность ***существенных признаков***[36] понятия.

Признак называют существенным признаком понятия, если объекты, не обладающие этим признаком, не входят в объем понятия.

Признаки, отличающие друг от друга различные объекты объема понятия, являются несущественными.

Совокупность (комплекс) существенных признаков понятия образует характеристическое свойство его объема. Следовательно, зная совокупность существенных признаков понятия, относительно любого реального или мысленного объекта можно сказать, принадлежит он объему этого понятия или не принадлежит. Иными словами, комплекс существенных признаков понятия есть ***определение этого понятия.***

### Пример 1

Рассмотрим понятие $R$: «Священнические одежды».

*Объем понятия*: $R$ = {подрясник, ряса, подризник, поручи, епитрахиль, пояс, фелонь, наперстный крест, скуфья, набедренник, камилавка, крест с украшениями, палица, митра}.

*Определение* понятия «Священнические одежды»: одежды священника, в которых он может совершать богослужение.

Определение представляет комплекс существенных признаков понятия. Удаление любого слова из формулировки определения (за исключением вспомогательных слов «в которых он») разрушает характеристическое свойство множества $R$ (объема понятия «Священнические одежды»). Например, удаление слова «может» разрушает определение, поскольку не все ризы обязательны при богослужении.

Понятие «Священнические одежды» обладает и ***несущественными признаками***. Несущественным признаком является, к примеру, качество ткани (в определенных пределах), из которой сшиты тканые ризы. Несущественные признаки в определение понятия $R$ не входят.

### Пример 2

Рассмотрим понятие «православный храм». Перечислим некоторые признаки этого понятия:

- здание храма завершается куполом;
- внутренность делится на алтарь, среднюю часть и притвор;
- храмовая постройка имеет вид корабля или креста.

Перечисленные признаки действительно присущи большинству православных храмов. Однако они не являются ***необходимыми*** признаками. Даже не обладая каким-либо

---

[36] Будем считать, что смысл термин «признак» понятен интуитивно. В логике синонимом слова «признак» считается слово «свойство».

из этих признаков, постройка может быть православным храмом (например, катакомбные храмы, домашние храмы).

В то же время, признаки эти не являются и ***достаточными***, чтобы отделить православные храмы от других строений. Например, католический храм обладает всеми указанными признаками, но не является православным храмом.

Таким образом, утверждение «православный храм — это постройка в виде корабля или креста, завершенная куполом, внутренность которой делится на алтарь, среднюю часть и притвор» является истинным утверждением, но не может служить ***определением*** православного храма. Оно не раскрывает смысл понятия «православный храм», поскольку не содержит полного комплекса существенных признаков этого понятия. Три указанных признака не образуют ни совокупности всех необходимых признаков, ни совокупности всех достаточных его признаков.

Итак, комплекс ***существенных признаков понятия необходим и достаточен*** для ***определения*** этого понятия. Тогда признаки полностью раскрывают смысл понятия.

Рассмотрим ***необходимость и достаточность*** комплекса признаков понятия в общем виде. Пусть в универсум *U* погружены объемы трех подчиненных понятий: *P*, *S* и *Q* (рис. 3.7). Отметим, что *Q* подчинено понятиям *S* и *P*, *S* подчинено понятию *P*.

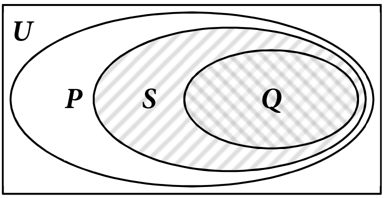



*Рис. 3.7.* Иллюстрация диаграммой Эйлера — Венна смысла терминов «необходимый признак» и «достаточный признак»

Наша задача — дать определение понятию *S*. Пусть понятие *S* имеет комплекс существенных признаков:

$$s_1, s_2, ..., s_n.$$

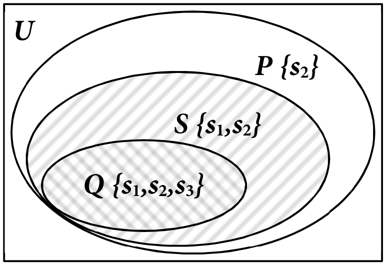
Пусть также $s_1, s_2, ..., s_n$ является необходимым и достаточным комплексом признаков понятия *S*, т. е. лишь в том случае, когда понятие *S* обладает ***каждым*** из этих признаков, определены его объем и содержание.

Рассмотрим понятия *P* и *S*. Объем понятия *P* содержит множество *S*. Признаки понятия *P* — это ***лишь часть признаков*** комплекса $s_1, s_2, ..., s_n$. Вне множества *P* нет ни одного элемента из объема понятия *S*, но внутри *P* имеются как элементы, принадлежащие *S*, так и не принадлежащие *S*. Комплекс существенных признаков понятия *P* ***необходим, но недостаточен*** для формулировки определения понятия *S*.

Теперь обратимся к понятиям $Q$ и $S$. Понятие $Q$ подчинено понятию $S$. Комплекс существенных признаков $Q$ содержит все признаки $s_1, s_2, ..., s_n$ и еще ***дополнительные признаки***, которыми может обладать, а может не обладать понятие $S$. Этот расширенный комплекс может рассматриваться как совокупность ***достаточных признаков*** понятия $S$. Все элементы $Q$ являются элементами $S$. Но и вне множества $Q$ можно найти элементы $S$.

Чтобы сформулировать ***определение*** понятия $S$, надо взять все его ***необходимые и достаточные признаки***. Если комплекс свойств $s_1, s_2, ..., s_n$, является набором необходимых и достаточных признаков понятия $S$, то потеря ***хотя бы одного*** признака из этого комплекса делает его необходимым, но недостаточным. Если же пополнить набор $s_1, s_2, ..., s_n$ ***хотя бы одним*** дополнительным признаком, комплекс будет достаточным, но потеряет необходимость.

**Пример**




Рассмотрим определение поста[37]. «Пост — время усиленного молитвенного обращения к Богу и воздержания (особенно в пище животного происхождения)».

Обозначим понятие «пост» буквой $S$ (см. рис.). В определении указаны два свойства поста $s_1$ и $s_2$:

$s_1$: «время усиленного молитвенного обращения к Богу»;

$s_2$: «время воздержания (особенно в пище животного происхождения)».

Комплекс признаков $\{s_1, s_2\}$ в определении поста является необходимым и достаточным. На рисунке объем понятия «пост» показан эллипсом $S$.

Уберем из комплекса признаков поста какой-либо один признак, например, $s_1$. Получим высказывание «$P$ есть $s_2$»: «Пост есть время воздержания (особенно в пище животного происхождения)». Признак поста в этом определении ***необходимый***, но ***недостаточный***: если нет воздержания в пище (каждому по своим силам, с благословения духовного отца), то нет и поста. Но если воздерживаясь в пище, забывать о молитвенном обращении к Богу, то поста также нет.

На рисунке видно, что множество $P$ включает в себя объем понятия «пост», но включает также и элементы, не входящие в него. Очевидно, что $P$ является объемом какого-то другого, более широкого, ***более общего*** понятия, чем понятие «пост».

---

[37] Православие от А до Я: словарь-справочник. Изд. 3-е, испр. и доп. М.: ДАРЪ, 2009. 880 с.

Итак, удаление одного из свойств комплекса, образующего необходимый и достаточный признак понятия «пост», сделало этот комплекс ***необходимым, но недостаточным***. Новое множество $P$ стало объемом более общего понятия, чем понятие «пост».

Добавим в комплекс $\{s_1, s_2\}$ еще одно свойство, например, $s_3$: «время частого посещения храма». Получим высказывание: «Пост — время усиленного молитвенного обращения к Богу, воздержания (особенно в пище животного происхождения) и частых посещений храма». Признак поста, представленный комплексом $\{s_1, s_2, s_3\}$, является ***достаточным***, но не является ***необходимым***. В самом деле, если человек выполняет все три предписания $s_1$, $s_2$ и $s_3$, он, несомненно, пост соблюдает. Но если в силу каких-то обстоятельств (болезни или удаленности от храма) он не посещает храм, однако усердно молится и воздерживается от пищи, то, конечно же, надо признать, что этот человек соблюдает пост.

На рисунке видно, что множество $Q$ включено в объем понятия «пост». Очевидно, что $Q$ является объемом какого-то другого, более узкого, ***более частного*** понятия, чем понятие «пост».

Итак, добавление дополнительного свойства в комплекс, образующий необходимый и достаточный признак понятия «пост», сделало этот комплекс достаточным, однако он потерял необходимость. Новое множество $Q$ стало объемом более узкого понятия, частного случая понятия «пост».

Определение понятия есть, по сути, объяснение содержания этого понятия. Пытаясь описать собеседнику, какой смысл мы вкладываем в то или иное слово (имя понятия), мы перечисляем признаки этого понятия. Однако в разговорном диалоге набор названных нами свойств или признаков может быть либо избыточным, либо недостаточным. В обыденной речи в этом нет ничего плохого: важно лишь, чтобы собеседник нас понял. Но если речь идет о научном определении понятия, надо, чтобы набор свойств отвечал ***требованию необходимости и достаточности***.

Таким образом, можно сказать, что ***существенные признаки понятия*** — это признаки, образующие необходимый и достаточный комплекс признаков понятия.

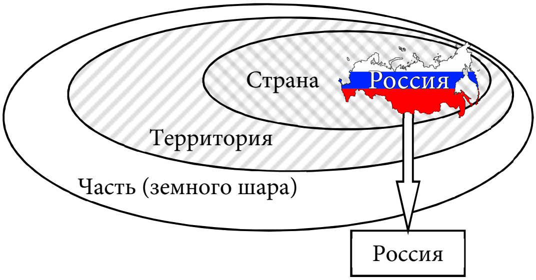
Из вышесказанного можно сделать следующий вывод. «Определить понятие» — это значит указать все его существенные признаки. Удаляя какой-либо существенный признак из определения, получаем набор ***необходимых признаков понятия***, при этом понятие расширяется. Добавляя в определение какое-либо свойство, получаем набор ***достаточных признаков понятия***, понятие при этом сужается.

## 3.3. Общие и частные понятия. Категории

Прежде всего отметим, что если рассматриваются понятия, находящиеся в отношении подчинения, то более узкое (малое) понятие называют ***видовым***, а содержащее его более широкое понятие — ***родовым***. Комплекс существенных видовых признаков содержит все существенные ***родовые признаки*** и еще несколько специфических ***видовых признаков***, выделяющих ***вид*** из ***рода***.

**Пример**

Рассмотрим понятие *S*: «Россия».




Прежде всего, подчеркнем, что объем этого понятия содержит только один элемент, имеющий то же название, что и само понятие: {Россия}. Высказывания типа «Москва — это Россия», «Россия — это народ наш», «Россия — это зимы белоснежные» и т. п., как бы они ни отзывались в русском сердце, с точки зрения логики являются абсурдом. Элемент объема какого-либо понятия может быть достаточно сложным, имеющим определенную структуру. Но в качестве элемента объема понятия он выступает как целое, не имеющее частей. Разбив элемент на составляющие, мы потеряем связи внутри элемента, причем ни одна из этих составляющих не войдет в объем первоначального понятия. Поэтому ни одна из составляющих понятия «Россия» (Москва, народ наш, зимы белоснежные и т. п.) не является элементом его объема.

Найдем какое-либо приемлемое определение России.

Читаем в «Географической энциклопедии»[38]: «Россия (Российская Федерация, РФ) — самая большая по площади ***страна*** мира (17 075,4 тыс. км$^2$), демократическое федеративное ***государство*** с республиканской формой правления».

«Россия» определена через два более широких, ***родовых***, понятия — «страна» и «государство».

Возьмем одно из этих понятий, например, «страна». Читаем в «Википедии»[39]: «Страна — ***территория***, имеющая определённые национальные, климатические (климатические страны и области), культурные (культурные страны и области), исторические (исторические страны и области) или политические границы. Страна может

38 Географическая энциклопедия. URL: http://dic.academic.ru/dic.nsf/econ_dict/20988 (дата обращения: 30.08.2016).

39 Википедия. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/Страна (дата обращения: 30.08.2016).

как обладать собственным государственным суверенитетом, так и находиться под суверенитетом другого государства (колонии, подопечные территории)».

Находим определение территории (рисунок): «Территория — ***часть*** поверхности земного шара с определенными границами».

Понятие «часть» является понятием столь широким, что оно не определено через родовое понятие и обычно рассматривается вместе с понятием «целое» (в данном примере «целое» — это «земной шар»).

Построение понятий, рассмотренное в примере, является достаточно типичным построением определений: называется родовое, более широкое, понятие, и указывается признак (или признаки), характерный только для видового, определяемого, понятия. Последовательная цепочка определений на каждом шаге представлена все более широкими понятиями. В конце концов мы приходим к предельно общему понятию, для которого родовое понятие указать нельзя. В примере, приведенном выше, таким понятием является понятие «часть».

Предельно общие, фундаментальные понятия, отражающие наиболее существенные, закономерные связи и отношения реальной действительности и познания, в философии называют ***категориями***[40].

Начиная с Аристотеля и вплоть до конца XIX в. в роли философских категорий выступали лишь онтологические[41] понятия. Затем в их число стали включать и понятия гносеологии[42], а позднее категориями стали называть и ***основные*** понятия ***конкретных наук***. Большой вклад в учение о категориях внесли великие ученые и философы Р. Декарт (1596–1650), Б. Спиноза (1632–1677), Г. Лейбниц (1646–1716), И. Кант (1724–1804) и Г. Гегель (1770–1831).

Аристотель перечислил 10 категорий:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| – субстанция, | – качество, | – время, | – обладание, | – действие, |
| – количество, | – отношение, | – место, | – состояние, | – претерпевание. |

40 Философский энциклопедический словарь. М.: Советская энциклопедия. 1983. С. 284.

41 Онтология — раздел философии, изучающий проблемы бытия.

42 Гносеология, или теория познания, — раздел философских знаний, в котором исследуются возможность познания человеком мира и самого себя, движение познания от незнания к знанию, природа знаний самих по себе и в соотношении с познаваемыми предметами.

**Пример**

Приведем примеры объектов, являющихся элементами категорий Аристотеля. Для этого сначала прочитаем разъяснение смысла этих категорий[43], затем сформулируем вопрос, на который отвечают любые понятия каждой из категорий, а затем подберем имена понятий, отвечающих на этот вопрос.

Ответы оформим в виде таблицы.

| Имя категории | На какие вопросы отвечает? | Пример объекта категории |
|---|---|---|
| Субстанция | Что? | Еврейский народ |
| Количество | Сколько? | Многочисленный |
| Качество | Какой(ая)? | Забывший Бога |
| Отношение | Каковы способы связи внутри системы? | Разрозненный |
| Время | Когда? | До Исхода |
| Место | Где? | В Египте |
| Обладание | Каковы постоянные внешние обстоятельства? | Поклонение твари |
| Состояние | Как расположены части предмета друг относительно друга? | Египетское рабство |
| Действие | Какие изменения в данном объекте производят другие объекты? | Убийство еврейских детей |
| Претерпевание | Как влияют внешние предметы на данный объект? | Призыв Бога Израилева |

Платон выявил 5 высших родов сущего:

– бытие, – тождество, – различие, – движение, – покой.

И. Кант разделил категории на 4 типа[44]:

| I. Категории количества | II. Категории качества | III. Категории отношения | IV. Категории модальности |
|---|---|---|---|
| – единство<br>– множество<br>– цельность<br>(в некоторых переводах — «всеполнота», или «всеобщность») | – реальность<br>– отрицание<br>– ограничение | – субстанция и принадлежность (в некоторых переводах — «субстанция и акциденция»)<br>– причина и действие / следствие<br>– взаимодействие | – возможность<br>и невозможность<br>– существование<br>и несуществование<br>– необходимость<br>и случайность |

43 См., напр.: Категории (Аристотель). URL: http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/107722 (дата обращения: 30.08.2016).

44 Vikent.ru. URL: http://vikent.ru/enc/1633/ (дата обращения: 30.08.2016).

Г. Гегель выделил следующие категории[45], разделив их также на 4 типа:

| Категории I типа | Категории II типа | Категории III типа | Категории IV типа |
|---|---|---|---|
| – бытие<br>– небытие<br>– становление<br>– качество<br>– количество<br>– мера | – тождество<br>– различие<br>– противоречие<br>– основание | – отношение<br>– сущность и явление<br>– форма и содержание<br>– причина и следствие<br>– субстанция и взаимодействие | – возможность<br>– действительность<br>– случайность<br>– необходимость |

Категории можно рассматривать с разных точек зрения, рассуждать о них в разных терминах. Одно из самых общих понятий — понятие «мир». Мир можно рассматривать в пространстве и времени, тогда он определяется в двух ***категориальных срезах: в виде пространства и времени***. Когда определяем что-то как действительное или возможное, то рассматриваем мир в ***разрезе действительности и возможности***. Возьмем «***порядок***» и «***хаос***». С помощью этих понятий можно осмыслить мир либо как упорядоченный, либо как хаотический, либо как то и другое вместе. Таким образом, можно строить разные версии категориальной картины мира.

Система всех категорий — это вершина пирамиды всех человеческих понятий. Как с помощью трех десятков букв в алфавите выражается все богатство человеческого языка, так с помощью нескольких десятков категорий выражается все многообразие человеческих понятий[46].

Категориальный строй мышления формируется в детском возрасте. В виде понятий, т. е. имен, объемов и смыслов, категории осмысляются в более зрелом возрасте[47].

Начало категориального мышления — это использование вопросов, местоимений и местоименных наречий. Вопросы «***кто?***», «***что?***» связаны с понятиями «предмет», «вещь», «тело», «организм»,

[45] Vikent.ru. URL: http://vikent.ru/enc/5941/ (дата обращения: 30.08.2016).

[46] См.: *Балашов Л. Е.* Практическая философия. URL: http://log-in.ru/books/l-e-balashov-prakticheskaya-filosofiya-lev-evdokimovich-balashov-o-cheloveke (дата обращения: 30.08.2016).

[47] Лев Евдокимович Балашов — философ, профессор Московского государственного университета инженерной экологии, канд. филос. наук.

«живое существо». «***Кто?***» означает одушевленный предмет, «***что?***» — неодушевленный. Освоение правильного использования этих вопросов — первый шаг в освоении категориального различия между понятиями «живой» и «неживой». Вопрос «***какой?***» связан с категорией качества, «***сколько?***» — указывает на количество, «***где?***» — на пространство, «***когда?***» — на момент времени, «***куда?***» — на движение. Благодаря этим вопросам человек начинает ***мыслить категориально***.

Приведем таблицу из указанной выше работы Л. Е. Балашова[48]. В таблице соотнесены имена категорий и вопросы, формирующие в человеческом сознании эти категории.

| **Имя категории** | **Вопросительные местоимения** | **Другие местоимения, наречия** | **Отрицательные местоимения, наречия** |
|---|---|---|---|
| Материя, тело, вещь, объект, предмет | Что? | Этот, тот, нечто, что-то, что именно | Ничто |
| Живое существо, человек, субъект | Кто? | Кто-то, некто, кто именно, все, каждый | Никто |
| Качество | Какой? | Такой, этакий, какой-то, какой именно, некий | Никакой |
| Свойство | Чей? | Чей-то, чей именно | Ничей |
| Количество | Сколько? | Столько, настолько, несколько, больше, меньше | Нисколько |
| Движение | Куда? Откуда? | Сюда, туда, отсюда, оттуда | Никуда, ниоткуда |
| Время | Когда? | Теперь, сейчас, раньше, потом, иногда, всегда | Никогда |
| Пространство | Где? | Здесь, там, везде, повсюду | Нигде |
| Мера | В какой мере? | В меру | – |

[48] См.: *Балашов Л. Е.* Практическая философия. URL: http://log-in.ru/books/prakticheskaya-filosofiya-balashov-l-e-filosofiya/ (дата обращения: 30.08.2016).

| **Имя категории** | **Вопросительные местоимения** | **Другие местоимения, наречия** | **Отрицательные местоимения, наречия** |
|---|---|---|---|
| Причина | Почему? Отчего? По какой причине? Вследствие чего? | Потому, поэтому, оттого | – |
| Возможность | Можно? Как возможно? | Можно, возможно | Нельзя, невозможно |
| Действительность | В самом деле? На самом деле? Действительно ли? | Действительно, в самом деле | Недействительно |
| Случайность | Что случилось? | По случаю | – |
| Явление | Что произошло? Что такое? | – | – |
| Цель | Зачем? С какой целью? | Затем, с целью | Низачем, бесцельно |
| Средство | Как? Каким образом? | Так, этак, вот так | Никак |
| Результат | Какой результат? Что в результате? | – | Без результата |
| Деятельность, действие | Что делать? | – | – |

Трудность исследования и использования категорий состоит в том, что их языковые носители — слова, употребляются неоднозначно в языковой практике, в философской и научной литературе. ***Практически нет ни одной категории, которая выражалась бы однозначным словом-термином***. Другими словами, имена категорий чаще всего многозначны. Этот факт необходимо учитывать при исследовании и сознательном применении категорий.

Проще всего описать категорию ***через ее объем***. Самый большой объем у категории «объект»: в него входит все, что может быть названо, от универсума до спина электрона. Но некоторые категории через объем фиксировать невозможно. Например, категория «бытие». Объем этой категории состоит из одного элемента с тем же именем, но разъяснению его содержания посвящена обширная философская литература[49].

[49] См., напр.: *Хайдеггер М.* Бытие и время. М.: Республика, 1993. 448 с.

Для христианина главным понятием является понятие «Бог». Бог сам определяет себя, говоря Моисею: «Аз есмь Сущий. И сказал: так скажи сынам Израилевым: Сущий [Иегова] послал меня к вам» (Исх 3. 13–14). Приведем высказывания некоторых Отцов Церкви[50], разъясняющие понятие «Бог».

Один из кажущихся парадоксов подлинно христианской онтологии состоит в том, что Бог осмысляется не только и не столько как бытие, сколько как ***сверхбытие***, и это не случайно. Определение Бога только как бытия говорило бы лишь о Его имманентности этому миру, но мало или почти ничего не говорило бы о Его трансцендентности, инаковости по отношению к Своему творению.

Начиная с V в. в патристику входит понятие «сверхсущий» — термин, наиболее ярко отражающий соотношение бытия и Бога, Его трансцендентность и в то же время — зависимость бытия от Него. Одним из первых, употребивших этот термин, был свт. Кирилл Александрийский. В своем сочинении «О Троице» он говорит: «Бог является сверхсущностным и для всего трансцендентным». Прп. Максим Исповедник помимо проблем трансцендентности поднимает также достаточно важную тему соотношения ***бытия*** и ***становления*** и показывает невозможность безоговорочного применения термина «сущность» к Богу: «Если слово „сущность“ происходит от „быть, бытие“, а „бытие“ подразумевает понятие некоего развития, то преимущественно нельзя говорить о сущности применительно к Богу. Ибо Бог превосходит всякую сущность, ничем из сущих не являясь, но будучи превыше сущего и Тем, из Кого сущее происходит. Ибо сокрытая для всех Божественность единого Бога есть богоначальная сила... поистине из себя беспричинно сущая»[51].

Помимо идеи «самосущности» как источника сущности достаточно важна мысль о взаимосвязи ***бытия***, ***света***, ***блага*** и ***жизни***, исток которых находится в Боге. Бытие в святоотеческой мысли воспринималось в связи с понятиями «***благо***», «***красота***», «***совершенство***». В числе божественных имен, перечисляемых Дионисием Ареопагитом,

---

50 Цит. по: *Василик В., диак.* О некоторых онтологических аспектах триадологии. URL: http://www.pravoslavie.ru/jurnal/52001.htm (дата обращения: 05.09.2016).

51 *Василик В., диак.* О некоторых онтологических аспектах триадологии.

«бытие» находится в одном ряду с понятиями «***свет***», «***красота***», «***благо***», «***жизнь***» и т. д.

Таким образом, сверхсущностность и является фундаментальной «субстанциональной» причиной ***бытия*** и ***природы***, ***существования*** и ***становления***, ***вечности***, ***пространства*** и ***времени***[52].

Система категорий, связанных с понятием «Бог», показана на рис. 3.8.

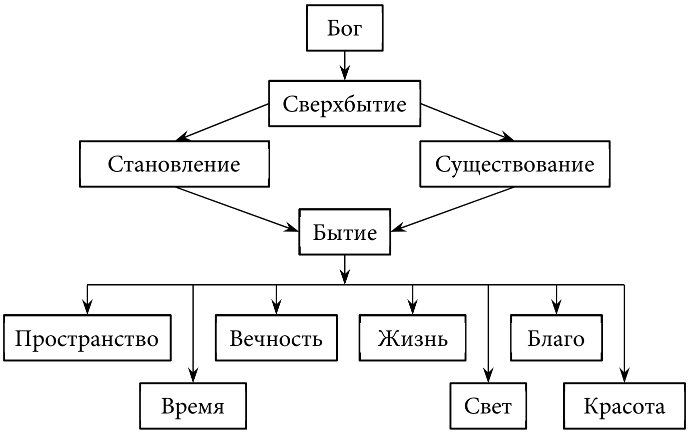
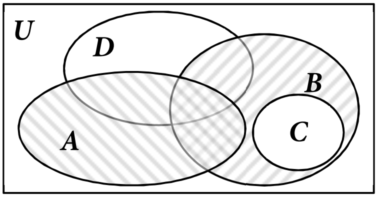



*Рис. 3.8.* Категории, связанные с понятием «Бог»

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Перечислите три компоненты понятия. Поясните значение каждой из компонент.

2. Приведите по три примера понятий: а) равнозначных; б) пересекающихся; в) исключающих друг друга; г) подчиненных. Изобразите их объемы на диаграммах Эйлера — Венна.




3. На рисунке изображены объемы четырех понятий — *A*, *B*, *C* и *D*. В каких отношениях находятся эти понятия? Приведите пример понятий, находящихся в таких отношениях.

[52] *Василик В., диак.* О некоторых онтологических аспектах триадологии.

4. Дайте определение понятия «Православие». Постройте последовательность родовых его понятий. Изобразите ее на диаграммах Эйлера — Венна.

5. Дайте определение понятия «Церковная служба». Составьте последовательность его видовых понятий. Изобразите ее на диаграммах Эйлера — Венна.

6. Укажите комплекс существенных признаков понятий «Грех», «Седмицы Великого поста», «Внутреннее устройство православного храма». Для каждого из понятий: а) добавляя признак, перейдите к ближайшему видовому понятию; б) исключая признак, перейдите к ближайшему родовому понятию.

# 4. ВЫСКАЗЫВАНИЯ

## 4.1. Возможно, вероятно, необходимо

Здесь мы будем рассматривать только формальную логику, не затрагивая другие разделы этой науки.

Высказывание — это предложение, которому можно приписать ***значение «истинно» или «ложно»***. Если содержание простого предложения удается оценить как истинное или ложное, то собрав эти простые предложения в сложные и пользуясь логическими законами, можно содержание сложного предложения также оценить как истину или ложь.

**Пример 1**

«Если Бога нет, то все позволено». Это предложение, взятое из романа Ф. М. Достоевского «Братья Карамазовы», является истиной, хотя составлено из двух ложных высказываний: «Бога нет» — ложь, «все позволено» — ложь. Предложение является условным. Из ложного условия — «Бога нет», может следовать все, что угодно, в том числе и ложь — «все позволено».

**Пример 2**

«Духовный учитель связывает нас с Кришной, и если мы разрываем связь с духовным учителем, то теряем связь с Кришной»[53]. Высказывание, несомненно, ложное с точки зрения христианина. Рассмотрим его структуру. Оно состоит из трех высказываний (каждое высказывание обозначено латинской буквой):

$p$: «Духовный учитель связывает нас с Кришной» — ложь для христианина;

$q$: «...мы разрываем связь с духовным учителем» — это высказывание может быть как истинным, так и ложным.

$h$: «...теряем связь с Кришной» — ложь, такой связи у православного христианина просто не было, и мы не можем потерять то, чего у нас не было.

Все предложение обозначим буквой $S$. В буквенном выражении предложение выглядит так: $S$ = «$p$ и (если $q$, то $h$)».

Истинность или ложность условного предложения $U$: «если $q$, то $h$», зависит от истинности или ложности высказывания $q$:

1) $U$: «если $q$ — истина, то $h$ — ложь» — все предложение $U$ ложно, т. к. из истины должна следовать только истина;

2) $U$: «если $q$ — ложь, то $h$ — ложь» — все предложение $U$ истинно, т. к. из лжи может следовать все, что угодно.

---

53 Цит. по: *Дворкин А. Л.* Сектоведение. Тоталитарные секты. Опыт систематического исследования. Нижний Новгород: Христианская библиотека, 2008. С. 333.

В буквенном выражении все первоначальное высказывание *S* выглядит так: «*p* и *U*». Возможны варианты:

1) *S*: «*p* — ложь и *U* — ложь», ложь с ложью дают ложь. Все предложение *S* ложно.

2) *S*: «*p* — ложь, а *U* — истина», ложь, смешанная с истиной, все равно — ложь. Предложение *S* ложно.

Сделаем выводы из рассмотренных примеров.

Выводы

1. Оценка истинности или ложности простого предложения в очень большой степени зависит от контекста, а также от того, кто рассматривает это предложение: христианин, кришнаит, атеист и т. п., от степени образованности этого человека: знаком ли он с предметом обсуждения, имеет ли он какое-либо мнение по рассматриваемому вопросу и пр.

2. Сложные высказывания состоят из простых предложений, соединенных служебными словами — союзами, или разделительными знаками препинания — запятыми, точками и пр.

3. Если сделана оценка истинности или ложности простых предложений, входящих в сложное предложение, то путем логических обоснований можно сделать вывод об истинности или ложности полученного сложного высказывания. Именно этим и занимается формальная логика.

Формальную логику не интересует, как и по каким причинам простые высказывания получают оценку «истинно» или «ложно». Но «всякое высказывание мотивировано. Всякое высказывание имеет предпосылки, которых оно не высказывает. Только тот, кто учитывает эти предпосылки, может действительно определить истинность высказывания»[54].

Если полностью отвлечься от вопроса обоснования истинностных оценок высказываний, то законы формальной логики становятся непонятными и вызывают неприятие. Поэтому вкратце поговорим

---

[54] *Гадамер Г.-Г.* Что есть истина? URL: http://www.ec-dejavu.net/i/Istina.html (дата обращения: 05.09.2016). Ганс-Георг Гадамер — немецкий философ, один из самых значительных мыслителей второй половины XX в., известен прежде всего как основатель философской герменевтики.

о том, как происходит оценивание высказываний в терминах «истина» или «ложь».

Интуиция и очевидность[55]

Понятия «интуиция» и «очевидность» часто смешиваются в обычном словоупотреблении. Под ***интуицией*** обычно понимается процесс прозрения, схватывания истины, не подчиненный рациональным правилам и существенно зависящий от индивидуальных особенностей индивида: интуитивно ясное для одного, как правило, не является таковым для другого. ***Очевидность*** — это ви́дение истины, которое не требует ни доказательств, ни каких-либо иных подтверждений.

Вероятностные, ассерторические и аподиктические утверждения

При оценке истинности высказываний их обычно разделяют на следующие типы: вероятностные («*S*, вероятно, есть *P*»), ассерторические («*S* есть *P*») и аподиктические («*S* необходимо есть *P*») (*S* и *P* здесь — имена понятий). Связь между *S* и *P* в таких высказываниях есть физическая (онтологическая) связь, существующая в реальности, а не просто в нашем уме. На вероятностную связь указывают при формулировке гипотез, ассерторические суждения используются для констатации фактов, аподиктические суждения выражают законы, данные нам Господом.

К ассерторическим очевидностям относятся обычные очевидности опыта, которые имеют относительный характер и могут быть исправлены новым опытом. Особенностью аподиктических очевидностей является то, что они имеют внеисторический, внеэмпирический характер. Аподиктические очевидности представляют собой некоторые ***бесспорные факты, не поддающиеся корректировке ни со стороны опыта, ни со стороны логики, ни со стороны какой-либо теории***. Никто не сомневается в том, что существуют материальные тела, что каждое явление имеет причину, что время необратимо и т. д.

[55] *Перминов В. Я.* Философия и основания математики. М.: Прогресс-Традиция, 2001. 320 с.

Люди, верующие в Бога, не сомневаются в его существовании, христиане не сомневаются в троичности Бога.

Итак, человеческое познание связано с ***системой очевидностей***, образующих основу мышления. Очевидности эти лежат в основе всякой рациональной критики и потому не могут быть поколеблены какой-либо критикой. Именно на эти очевидности мы опираемся, когда присваиваем высказыванию значение «истина» или «ложь».

Какие же «фундаментальные очевидности» используются в христианском богословии и отличают его от других наук? Приведем выдержку из работы известного русского богослова Владимира Николаевича Лосского[56].

«Непосредственным основанием богословия как учения является... воплощение Слова. Поскольку Слово воплотилось, Оно может быть предметом мысли и научения... Но здесь нужен ***новый вид мысли***, вид, в котором ***мысль не объемлет***, не охватывает, а ***сама оказывается охваченной и объятой, приниженной и оживотворенной созерцательной верой***. ... Богословие соотносится с Откровением, в котором ***инициатива принадлежит Богу, но предполагает ответ человека, свободный ответ веры и любви***...».

«Вера входит в состав всех предприятий человеческого духа, всех наук, но лишь как предположение, как рабочая гипотеза[57]. Момент веры здесь [в этих предприятиях и науках] связан с известной неуверенностью, которая снимается только доказательством».

В христианском же богословии «***знание нам дано верой***, т. е. нашей приверженностью, нашей причастностью к присутствию Того, Кто нам открывается. Итак, никто не может научить нас истине, если в нас нет этого присутствия, которое открывает нам всякое познание. Дух, вдохновляющий учащего, должен быть и в тех, кто слушает, иначе они ничего не услышат. Они тем самым не только слушатели, но и судьи. Каждый должен стать свидетелем истины. Смысл

---

[56] *Лосский В. Н.* Вера и богословие URL: http://azbyka.ru/dictionary/03/losskij_vera_i_bogoslovie-all.shtml (дата обращения: 30.08.2016).

[57] В определенных выше терминах — как вероятностное или ассертотическое утверждение.

внешнего научения заключается в том, что оно актуализирует дар Духа, ***чтобы и мысль наша тоже участвовала в вере***.

Вера должна быть сознательной; она должна осуществлять в жизненном осознании „обличение вещей уповаемых“, их присутствие в нас... Вера и принижает, и оживотворяет разум, она оплодотворяет наш ум совершенно новым, онтологическим соотношением с Богом, тем соотношением, которое свойственно христианину и является внутри нас критерием истины[58]...

Философы строят идею Бога. Для богослова же Бог есть Некто, ему открывающийся и Кого невозможно познать вне Откровения.

Христианин не имеет права, говоря о Боге, отделять, хотя бы только мысленно, Единого от Троих. Переход от Единого к Троим якобы рассудочный — это интеллектуальный фокус, скорее жонглирование, нежели логическое развитие».

Итак, следуя за В. Н. Лосским, можно записать несколько очевидностей, которые являются аподиктическими для христианина:

1. Слово воплотилось.
2. Воплощенное Слово может быть предметом мысли и научения.
3. Мысль ***не объемлет Воплощенное Слово***, а сама оказывается охваченной и объятой Им.
4. Мысль должна участвовать в вере, а вера должна быть сознательной.
5. Бога невозможно познавать вне Откровения.
6. Критерием истинности для христианина является его соотнесенность с Богом.
7. Бог един в Троице.
8. Основанный на логике переход от Единого к Троим есть интеллектуальный фокус.

Как пишет В. Я. Перминов[59], концепция знания, опирающаяся на идею аподиктической очевидности и необходимой истины, «в наше время представляется старомодной и окончательно опровергнутой». Однако помимо богословия на аподиктические очевидности

---

[58] Дает нам аподиктические очевидности.

[59] *Перминов В. Я.* Философия и основания математики. М.: Прогресс-Традиция, 2001. 320 с.

опирается также и математика. Мы видим, что доказательства, безусловно очевидные для Евклида, являются очевидными и для нас, и подавляющее число теорем, когда-либо принятых математиками в качестве доказанных, являются доказанными и теперь. Это было бы совершенно невозможно, если бы система очевидностей, на которых базируется математика, претерпевала бы изменения от столетия к столетию[60], как происходит в большинстве других наук.

Итак, из всех наук только богословие и математика не подвержены временнóму изменению своих аподиктических очевидностей.

## 4.2. Высказывания. Законы формальной логики

Повторим приведенное ранее определение предмета науки логики: «...логика — наука ...о ***законах открытия, обоснования и сохранения истины***»[61]. Хранилищем истины являются ***высказывания***, т. е. предложения, которым можно приписать ***значение «истинно» или «ложно»***. Процедура присвоения этих значений первичным, атомарным, высказываниям основана на системах очевидностей, которые логикой не исследуется.

Приведем примеры атомарных высказываний:

*A*: «Поклонятися Богу — благо есть» — истина;

*B*: «Святой Дух исходит от Отца и Сына» — ложь;

*C*: «Пасха есть Праздник праздников» — истина;

*D*: «Все люди умеют летать» — ложь;

*K*: «$\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=1$» — ложь.

Присвоение высказыванию значения «истина» или «ложь» можно рассматривать как ***формализацию*** этого высказывания. Содержание формализованного высказывании в дальнейшем не рассматривается, высказыванию присваивается буквенный символ (*A*, *B*, *C*, *D*, *K*, ...) и высказывания, имеющие одинаковые значения, считаются равными, или эквивалентными. Так, в приведенных примерах имеем:

$$A = C,\ B = D = K.$$

---

[60] *Перминов В. Я.* Философия и основания математики. 320 с.

[61] *Светлов В. А.* Современная логика. Учебн. пособие. СПб.: Питер, 2006. С. 14.

Формализованные высказывания — предмет изучения формальной логики[62]. Она занимается ***правилами преобразования*** высказываний. Эти правила позволяют установить истинностное значение полученных высказываний безотносительно к их содержанию. Формальная логика организована как ***формальная система***[63], обладающая высоким уровнем абстракции и чётко определёнными методами, правилами и законами. Формальная логика занимается выводом нового знания на основе ранее известного без обращения к опыту, путем применения законов и правил мышления. Начальная ступень формальной логики — это традиционная логика (см. п. 1.1), а её следующая ступень — математическая логика.

Следующие четыре закона являются основными законами формальной логики:

1) закон тождества;
2) закон противоречия;
3) закон исключенного третьего;
4) закон достаточного основания.

Первые три закона восходят к Аристотелю, четвертый — к Демокриту и Г. Лейбницу[64]. Формулировки законов представлены в табл. 4.1.

В. А. Светлов[65] называет эти законы «законами сохранения истины». С нашей точки зрения, так можно назвать первые три закона. Но закон, сформулированный Г. Лейбницем, — это, скорее, закон открытия и обоснования истины.

---

62 Википедия. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/формальная_логика (дата обращения: 30.08.2016).

63 Формальная система — это совокупность абстрактных объектов, не связанных с внешним миром. В ней представлены правила оперирования множеством символов в строго синтаксической трактовке без учёта семантики.

64 *Светлов В. А.* Современная логика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2006. 400 с.

65 Светлов Виктор Александрович — д-р филос. наук, профессор кафедры философии Санкт-Петербургского государственного университета путей сообщения.

Таблица 4.1

*Основные законы логики*

<table>
<tr><th>Закон</th><th colspan="2">Классическая формулировка</th><th>Современная формулировка</th></tr>
<tr><td>Тождества</td><td rowspan="3">Аристотель[66]</td><td>«Ведь то, что сказывается об одном, должно сказываться и о другом, а о чем сказывается одно, о том должно сказываться и другое»</td><td>Объем и содержания понятий, использованных в различных высказываниях под одним и тем же именем, должны оставаться неизменным</td></tr>
<tr><td>Противоречия</td><td>«Невозможно, чтобы одно и то же в одно и то же время было и не было присуще одному и тому же в одном и том же отношении»</td><td>Одно и то же высказывание не может быть истинным и ложным одновременно</td></tr>
<tr><td>Исключенного третьего</td><td>«Не может быть ничего промежуточного между двумя членами противоречия, а относительно чего-то одного необходимо, что бы то ни было, одно либо утверждать, либо отрицать»</td><td>Всякое высказывание либо истинно, либо ложно. Третьего не дано[67]</td></tr>
<tr><td>Достаточного основания</td><td>Лейбниц</td><td>«Ничего не случается без основания, почему это было бы скорее (предпочтительнее), чем что-либо другое»</td><td>Истина предполагает доказательство. Нельзя быть уверенным в истинности утверждения, если для этого нет достаточного основания</td></tr>
</table>

## 4.3. Логические операции над высказываниями

Как уже было сказано, высказывание — это предложение, которому можно приписать ***значение «истинно» или «ложно»***. Высказывания обозначают буквами латинского алфавита — заглавными: $F$, $B$, $C$, ... $X$, ..., как в приведенных выше примерах, или строчными: $x$, $y$, $p$, $q$, $h$, $v$, ... . Используются также буквы с индексами: $x_1$, $x_2$, $x_3$, ..., $x_n$. Такое обозначение является совершенно естественным, поскольку высказывания

66 *Светлов В. А.* Современная логика. С. 14.

67 На латыни «третьего не дано» имеет вид «tertium non datur», поэтому в старых учебниках логики этот закон называют именно так.

в формальной логике — это переменные, принимающие одно из двух возможных значений: *истина* или *ложь*.

Значения высказывания «истина» или «ложь» принято обозначать символами, указанными в табл. 4.2. В дальнейшем будем обозначать истину единицей (1), ложь — нулем (0).

Таблица 4.2

*Символы значений высказывания*

| Семантика значения | Используемые символы | | |
|---|---|---|---|
| Истина | И | T | 1 |
| Ложь | Л | F | 0 |

Высказывания бывают *простыми* и *составными*. Простые высказывания называют также *атомарными*. Составное высказывание строится из атомарных — $p$, $q$, ... $h$, соединением их в *формулы*: $F(p, q, ..., h)$. Для образования формулы используются знаки логических операций и скобки, устанавливающие порядок выполнения этих операций. Формула, содержащая два или более атомарных высказывания, называется *составным высказыванием*.

В обычной речи атомарное высказывание — это простое повествовательное предложение. Вопросительные и восклицательные предложения высказываниями быть не могут, т. к. они ставят вопрос или выражают чувства. Ни то, ни другое нельзя оценить как истинное или ложное.

Соединяя высказывания словами-связками, получаем ***составное высказывание***, или ***логическую формулу***. Слова-связки в логической формуле играют роль ***знаков действий***. Например, слова «не», «неверно, что...» и т. п., используются для выполнения операции ***отрицания*** высказывания. С помощью союзов «и», «а», «однако», «также» и разделительных знаков «,», «;», «.» и т. п. составляются ***логические произведения*** высказываний. Соединительный союз «или», слова «либо то, либо другое, либо то и другое вместе», а также аналогичные слова используются в ***логических суммах***.

Рассмотрим следующие логические операции над высказываниями:

1) отрицание (другие названия этой операции — инверсия, операция «НЕ»);

2) логическое умножение (конъюнкция, операция «И»);

3) логическое сложение (дизъюнкция, операция «ИЛИ»).

В табл. 4.3 представлена взаимосвязь логических операций со словами-связками и знаками препинания.

Таблица 4.3

*Соответствие слов русского языка знакам логических операций*

| **Название операции** | **Слова связки, знаки препинания** | **Знак операции в логической формуле*** |
|---|---|---|
| Отрицание | «не», «неверно, что...» | «$\neg$», «$^{-}$» |
| Логическое умножение | «и», «а», «однако», «также», «,», «;», «.» | «$\wedge$», «$\cdot$», «&»** |
| Логическое сложение | «или», «либо то, либо другое, либо то и другое вместе», «хотя бы одно...» | «$\vee$» |

* В дальнейшем будем обозначать дополнение — «$^{-}$», логическое умножение — «$\wedge$», логическое сложение — «$\vee$».

** В некоторых учебниках знак логического умножения в формулах опускают — так же, как и знак умножения в обычных алгебраических формулах.

Логические операции определяются с помощью *таблиц истинности*. Рассмотрим каждую из операций.

1. Отрицание высказывания ($\overline{p}$)

Отрицание высказывания $p$ (табл. 4.4) есть высказывание $\overline{p}$, которое истинно тогда и только тогда, когда $p$ ложно.

Символ $\overline{p}$ читают: «не $p$» или «неверно, что $p$».

*4.4. Таблица истинности отрицания высказывания*

| $p$ | $\overline{p}$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

**Пример**

**Отрицание высказывания**

$p$: «Логика не нужна теологу», $p$ — ложное высказывание, $p = 0$; $\overline{p}$: «Неверно, что логика не нужна теологу», $\overline{p}$ — истинное высказывание, $\overline{p} = 1$.

## 2. Логическое умножение высказываний ($p \wedge q$)

*4.5. Таблица истинности логического произведения высказываний*

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Логическое произведение высказываний $p$ и $q$ (табл. 4.5) есть высказывание $p \wedge q$, которое истинно тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания $p$ и $q$.

Символ $p \wedge q$ читают: «$p$ И $q$».

### Пример 1

**Истинное произведение**

$p \wedge q$: «Для Бога, например, необходимо любить всех и осуществлять в творении вечную идею блага»[68] — это высказывание истинно, с точки зрения его автора, В. С. Соловьева. Это возможно лишь в случае, если истинны обе составляющие его высказывания:

$p$: «Для Бога необходимо любить всех», $p = 1$ ($p$ — истинное высказывание).

$q$: «Для Бога необходимо осуществлять в творении вечную идею блага», $q = 1$ ($q$ — истинное высказывание).

$p \wedge q = 1 \wedge 1 = 1$ (логическое произведение двух истинных высказываний есть истинное высказывание).

Однако, $p$ и $q$ не является истинным с точки зрения богословия: для их корректной формулировки надо слова «Для Бога необходимо…» заменить словами: «Бог восхотел…». Этот пример наглядно показывает, что логическая оценка истинности или ложности высказывания зависит от мировоззрения автора, культурного контекста и пр.

### Пример 2

**Ложное произведение**

$p \wedge q$: «Впервые в истории человечества мы обладаем средствами — и этим мы обязаны науке и технике — способными улучшить условия существования человека, приблизить его счастье и свободу...»[69].

$p$: «Впервые в истории человечества мы обладаем средствами — и этим мы обязаны науке и технике — способными улучшить условия существования человека», $p = 1$ ($p$ — истинное высказывание).

---

[68] *Соловьев В. С.* Чтения о богочеловечестве. Чтение 2-е. URL: http://www.vehi.net/soloviev/chteniya/02.html (дата обращения: 02.02.2017).

[69] Гуманистический манифест 2000. URL: http://www.humanism.ru/modern.htm (дата обращения: 30.08.2016).

$q$: «Впервые ... мы обладаем средствами — и этим мы обязаны науке и технике — способными приблизить его (человека) счастье и свободу», $q = 0$ ($q$ — ложное высказывание).

$p \wedge q = 1 \wedge 0 = 0$ (логическое произведение ложно, если хотя бы один из множителей ложен).

### 3. Логическая сумма высказываний ($p \vee q$)

Логическая сумма высказываний $p$ и $q$ (табл. 4.6) есть высказывание $p \vee q$, которое истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из высказываний $p$ или $q$.

Символ $p \vee q$ читают: «*p* ИЛИ *q*».

*4.6. Таблица истинности логической суммы высказываний*

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

**Пример**

**Истинная сумма**

$p \vee q$: «Каждая эпоха рождает людей с ясным логическим умом и с достойной высшей похвалы способностью постигать важность некоторых сфер человеческого опыта. *Они разрабатывают или наследуют схемы мышления, точно соответствующие тем видам опыта, которые вызывают у них интерес. Такие люди обладают способностью игнорировать или оправдывать очевидную противоречивость разрабатываемых ими схем с некоторыми фактами*. То, что не умещается в их схемы, объявляется вздором»[70].

$p$: «Они разрабатывают схемы мышления, точно соответствующие тем видам опыта, которые вызывают у них интерес».

$q$: «Они наследуют схемы мышления, точно соответствующие тем видам опыта, которые вызывают у них интерес».

Одно из высказываний или оба вместе — истинны. Следовательно, $p \vee q = 1$.

Аналогично истинна сумма высказываний следующего предложения:

$s$: «Такие люди обладают способностью игнорировать очевидную противоречивость разрабатываемых ими схем с некоторыми фактами».

$r$: «Такие люди обладают способностью оправдывать очевидную противоречивость...».

Следовательно, $s \vee r = 1$, поскольку хотя бы одно из слагаемых истинно.

Итак, весь текст, выделенный курсивом, есть истинное высказывание:

$$(p \vee q) \wedge (s \vee r) = 1 \wedge 1 = 1.$$

---

[70] *Уайтхед А.* Философская мысль Запада. URL: http://www.gumer.info/bogoslov_Buks/Philos/uaith_fil/04.php (дата обращения: 30.08.2016).

При записи сложных формул для того, чтобы избежать большого количества скобок, используют следующие правила:

1) умножение выполняется раньше сложения, знак умножения можно опускать;

2) если над высказыванием в скобках стоит знак отрицания, то скобки можно опускать.

Все формулы алгебры логики делятся на три класса:

1) тождественно истинные;
2) тождественно ложные;
3) выполнимые.

Формулу $F(p, q, ..., h)$ называют ***тождественно истинной формулой***, или ***тавтологией***, если она принимает значение 1 (*истина*) на всех наборах входящих в нее атомарных высказываний $p, q, ..., h$.

Формулу $\Phi(p, q, ..., h)$ называют ***тождественно ложной формулой***, если она принимает значение 0 (*ложь*) на всех наборах входящих в нее атомарных высказываний $p, q, ..., h$.

Формулу $\Psi(p, q, ..., h)$ называют ***выполнимой формулой***, если она принимает значение 1 (*истина*) хотя бы на одном наборе входящих в нее атомарных высказываний $p, q, ..., h$.

Две логические формулы $F$ и $\Phi$ будем называть ***равносильными формулами***, если они принимают одинаковые значения на любом наборе значений входящих в эти формулы атомарных высказываний.

Анализируя какое-либо составное суждение, всегда можно заменять все суждение или его части равносильными формулами.

## Примеры

### Логический анализ доказательств бытия Божия[71]

### Пример 1

*S*: «Каждая вещь в мире **и** все, вся Вселенная в целом имеет причину своего существования, **но** продолжать эту последовательность, цепочку причин до бесконечности нельзя — где-то должна быть Первопричина, которая уже не обусловливается никакой иной, иначе все оказывается безосновательным, „повисает в воздухе“».

Прежде всего выделяем союзы и знаки препинания, играющие роль знаков логических операций (жирный шрифт). Далее выделяем и записываем атомарные высказывания и оцениваем их значения истинности:

[71] *Хлебников Г.* 16 доказательств бытия Бога. URL: http://www.pravoslavie.ru/78798.html (дата обращения: 30.08.2016).

$p$: «Каждая вещь в мире имеет причину своего существования» — истина (1);

$q$: «вся Вселенная в целом имеет причину своего существования» — истина или ложь (0 или 1);

$h$: «продолжать эту последовательность, цепочку причин до бесконечности нельзя — где-то должна быть Первопричина».

Очевидно, что высказывание $h$ есть перефразированное высказывание $q$: «Вселенная имеет причину своего существования» = «причина существования Вселенной есть Первопричина».

Слова «иначе все оказывается безосновательным, „повисает в воздухе“» не являются высказыванием, православный автор этими словами лишь эмоционально окрашивают предыдущий текст.

Таким образом, суждение, представленное автором, есть следующая логическая формула: $S = p \wedge q$. Истинность или ложность этого логического произведения, а значит, и всего суждения оценить нельзя, поскольку истинность $q$ не является аподиктической даже для верующего.

**Пример 2**

$S$: «...человеческая мысль, якобы рождающаяся в мозгу, оказывается одновременно внутри **и** вне материи — она будто бы возникает благодаря нейрофизиологическим процессам в тканях мозга, окружена костями черепа, **но**, одновременно, принципиально существует вне любой материи, вне пространства и времени».

$R$: «Благодаря этому человек ясно сознает, что обладает духовной природой, которая принципиально иная, чем физический мир, который его окружает. Но из этого следует, что эта иная природа, этот Дух, проявлением которой является человек, также обладает и разумом, и свободой воли — как сам человек».

Утверждение состоит из двух частей: $S$ и $R$. Высказывание $R$ есть вывод, следствие из $S$.

Рассмотрим высказывание $S$.

$p$: «человеческая мысль оказывается внутри материи» — истина или ложь (0 или 1);

$q$: «человеческая мысль оказывается вне материи» — истина или ложь (0 или 1);

$h$: «она возникает благодаря нейрофизиологическим процессам в тканях мозга» — истина (1);

$m$: «человеческая мысль принципиально существует вне любой материи, вне пространства и времени» — ложь (0). Исследования мозга показали, что человеческая мысль есть порождение мозга, точнее, сознания, или подсознания.

$S = p \wedge q \wedge h \wedge m$ — ложь.

Вторая часть суждения опирается на первое, ложное утверждение. Но поскольку из лжи может следовать все что угодно, то в целом утверждение автора ни в коей мере не является доказательством существования мыслящего духовного мира.

## 4.4. Свойства логических операций над высказываниями

В прил. 1 приведены свойства логических операций над высказываниями. Всего их двенадцать. Любое из этих свойств легко доказать, используя таблицы истинности соответствующих операций.

Докажем, к примеру, первый закон двойственности (табл. 4.7).

Таблица 4.7

*Доказательство первого закона двойственности:* $\overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$

| $p$ | $q$ | $p \wedge q$ | $\overline{p \wedge q}$ | $\overline{p}$ | $\overline{q}$ | $\overline{p} \vee \overline{q}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Как видно из табл. 4.7, при любых возможных значениях атомарных высказываний $p$ и $q$ значения истинности $\overline{p \wedge q}$ совпадают со значениями истинности $\overline{p} \vee \overline{q}$. Следовательно, $\overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}$. Это означает, что при логическом анализе текстов отрицание произведения высказываний можно заменять суммой их отрицаний и наоборот. При этом смысл и значение истинности сложного высказывания не изменяются.

**Пример**

Вспомним одно из изречений Христа в Нагорной Проповеди: «Никто не может служить двум господам: ибо или одного будет ненавидеть, а другого любить; или одному станет усердствовать, а о другом нерадеть» (Мф 6. 24).

Рассмотрим логическую структуру изречения.

$p$ — «человек служит первому господину»;

$\overline{p}$ — «человек не служит первому господину»;

$q$ — «человек служит второму господину»;

$\overline{q}$ — «человек не служит второму господину»;

$\overline{p \wedge q}$ — «никто не может служить двум господам»;

$s$ — «человек ненавидит одного господина»;

$h$ — «человек ненавидит второго господина»;

$m$ — «человек нерадеет об одном господине»;

$n$ — «человек нерадеет о втором господине».

Если человек ненавидит своего господина и нерадеет о нем, то он ему не служит, а значит:

$$s \wedge m = \overline{p};\ h \wedge n = \overline{q}.$$

Таким образом, обобщая слова Христа «...ибо или одного будет ненавидеть, а другого любить; или одному станет усердствовать, а о другом нерадеть», можно сказать: «Человек не служит одному господину, или не служит другому господину, или же не служит обоим господам», что соответствует формуле $\overline{p} \vee \overline{q}$.

Итак, в изречении Христа содержится логический закон двойственности:

$$\overline{p \wedge q} = \overline{p} \vee \overline{q}.$$

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Даны высказывания:

   $p$: « Я православный христианин»;

   $q$: «Я знаю наизусть Четвероевангелие»;

   $h$: «Я докажу любому, что догматы Православия истинны».

   Требуется:

   1) Оценить для себя самого истинность каждого атомарного высказывания.

   2) Записать следующие высказывания и оценить их истинность:

$$\overline{p},\ \overline{q},\ \overline{h},\ \overline{\overline{h}},\ p \wedge q \wedge \overline{h},\ \overline{p \wedge q \wedge \overline{h}},\ \overline{p} \vee \overline{q} \vee \overline{h}.$$

2. Докажите законы формальной логики:

   а) противоречие: $p \wedge \overline{p} = 0$,

   б) исключение третьего: $p \vee \overline{p} = 1$,

   в) отрицание отрицания: $\overline{\overline{p}} = p$,

   г) второй закон двойственности: $\overline{p \vee q} = \overline{p} \wedge \overline{q}$.

   Придумайте по два примера для иллюстрации каждого закона.

3. Представьте следующие тексты в виде логических формул. Оцените их истинность или ложность. Попытайтесь сформулировать опровержения.

   1) Вы не можете отправиться во время до Большого взрыва, потому что до него времени не существовало. Мы, наконец, обнаружили нечто, что не имеет под собой причины, потому что раньше не было времени, в рамках которого она могла бы существовать. Для меня это означает невозможность существования создателя,

потому что для этого не было времени. Так как время появилось только в момент Большого взрыва, это событие не могло быть создано никем и ничем. Таким образом, наука дала нам ответ, поиск которого занял более трёх тысяч лет огромных человеческих усилий (Стивен Хокинг).

2) Разумная сила, управляющая миром (Р), конечно, могла бы так сделать, чтобы человек понимал добро, не платясь за это такими страданиями. Если он все же подвергается им, то либо потому, что эта сила неразумна, либо потому, что ее нет. Любое из этих решений опровергает тезис о бытии Бога (И. А. Крывелев).

3) Актуальным является только вопрос об ОДНОВРЕМЕННОМ с нами существовании Бога. Если Бог существует здесь и сейчас, Он должен как-то проявлять себя в мире. Мы знаем, что масса вещей может происходить безо всякого вмешательства Бога (т. н. естественный порядок вещей), следовательно, о присутствии Бога будет говорить очевидное и явное нарушение причинно-следственной связи. Все присутствующие знают, как оно называется, — чудо (И. А. Крывелев).

4) Ведь нет никаких оснований считать, что мир не мог возникнуть без причины; с другой стороны, нет никаких оснований считать, что мир не мог существовать вечно. Нет никаких оснований предполагать, что мир вообще имел начало. Представление о том, что вещи обязательно должны иметь начало, в действительности обязано убожеству нашего воображения. Поэтому, пожалуй, мне нет нужды более тратить время на разбор аргумента первопричины (Б. Рассел).

# 5. ПРЕДИКАТЫ

## 5.1. Предикат. Множества, связанные с предикатом

Говоря об атомарных высказываниях как о простых повествовательных предложениях, мы не интересовались структурой этих предложений.

Рассмотрим предложения:

1. Он ходит в храм по воскресеньям.
2. Священник служит в нашей церкви.

Являются ли эти предложения высказываниями? Или, по-другому, можно ли оценить эти предложения с точки зрения истинности или ложности? Очевидно, нет. Неизвестно, о каком человеке говорится в первом предложении, о каком священнике и о какой церкви — во втором. То, что высказано в первом предложении, можно рассматривать как свойство некого человека не пропускать воскресных служб. Во втором предложении установлено отношение между неким священником и некой церковью: священник в ней служит. Такого рода предложения называются ***предикатами***.

Итак, предикат есть языковое выражение, обозначающее какое-то ***свойство*** или ***отношение***. Предикат всегда привязан к объекту (субъекту) или объектам (субъектам), свойства которого (или отношения между которыми) он выражает. Объект или объекты, к которым привязан предикат, называют ***местами предиката***. Число таких объектов есть ***число мест*** этого предиката.

Предикатные места соответствуют именам понятий. Например, в рассмотренных предложениях это понятия «он (человек)», «священник», «церковь». Если вместо данных терминов подставлять конкретные имена («Иван Петров ходит в церковь по воскресеньям», «Отец Николай служит в церкви Преображения Господня»), то предложение превращается в истинное или ложное высказывание.

В дальнейшем объекты, с которыми связан предикат, будем называть переменными, и обозначать их так, как обозначают переменные в математике — буквами. Предикат можно определить как ***предложение с переменными***.

Переменные в предикате называют предикатными местами, а их число — *числом мест предиката*. Однако предложение с переменными является предикатом лишь в том случае, если ***при подстановке допустимых значений переменных это предложение обращается в истинное или ложное высказывание***.

Обозначения предикатов:

$A$, $B$, $C$, ... — нульместные предикаты, или высказывания;

$P(x)$ — одноместный предикат;

$P(x_1, x_2)$ — двуместный предикат;

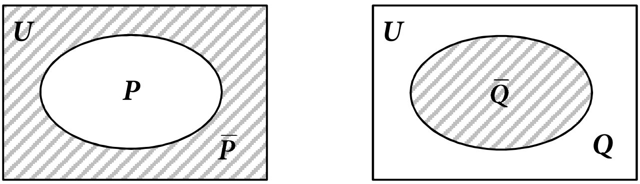
...

$P(x_1, x_2, ..., x_n)$ — $n$-местный предикат.

**Пример**

Рассмотрим одноместный предикат «Сей праведник отнесен к лику преподобных». Заменим слова «сей праведник» буквой $x$. Получим предложение с переменной $P(x)$: «$x$ отнесен к лику преподобных». Предложение $P(x)$ является одноместным предикатом: подставляя в место $x$[72] имена святых, будем получать либо истинное, либо ложное высказывание.

Если вместо $x$ подставить имя какого-либо человека, не имеющего отношения к христианству, то получим абсурд или бессмыслицу, а с христианской точки зрения — кощунство. Чтобы избежать абсурдов, надо определить универсальное множество, универсум $U$, элементы которого можно подставлять в $P(x)$, получая истинные или ложные высказывания, но не кощунства. Очевидно, что в данном примере множество $U$ — это множество имен христианских святых.




*а)* *б)*

*Рис. 5.1.* Множества, связанные с предикатами:

*а)* $U$ — универсальное множество; $P$ — множество истинности; $\overline{P}$ — множество ложности предиката $P(x)$; *б)* $U$ — универсальное множество, $Q$ — множество истинности предиката $Q(x)$; $\overline{Q}$ — множество ложности предиката $Q(x)$

Предикат $P(x)$ делит универсум $U$ на два класса: $P$ — множество истинности предиката и $\overline{P}$ — множество ложности предиката. Подстановка в место $x$ предиката $P(x)$

[72] Буквой $x$ обозначено ***предикатное место***. Поэтому говорим: «...подставляя ***в место*** $x$».

любого элемента из множества $P$ дает истинное высказывание, а из множества $\overline{P}$ — ложное высказывание. Например, $p_1$: «Серафим Саровский причислен к лику преподобных» (истина, $p_1 = 1$), $p_2$: «Ксения Петербургская причислена к лику преподобных» (ложь, $p_2 = 0$).

На рис. 5.1 показано, как могут выглядеть множества $U$, $P$, $Q$, $\overline{P}$, $\overline{Q}$ на диаграммах Эйлера — Венна.

Итак, любой предикат $P(x)$ всегда связан со следующими множествами (см. рис. 5.1):

1) $U$ — универсальное множество, универсум. $U$ есть множество возможных значений предикатного места (или предикатных мест).

2) $P$ — множество истинности предиката. Если подставить в место $x$ предиката $P(x)$ любой элемент множества $P$, получим истинное высказывание.

3) $\overline{P}$ — множество ложности предиката. Если подставить в место $x$ предиката $P(x)$ любой элемент множества $\overline{P}$, получим ложное высказывание.

4) $B = \{0, 1\}$ — множество значений предиката: 0 — ложь, 1 — истина.

**Пример**

Пусть $U$ — множество людей, относящих себя к христианам, $P = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ — множество православных христиан, $\overline{P} = \{b_1, b_2, ..., b_m\}$ — множество христиан неправославных конфессий (см. рис. 5.1). Множество $U$ есть универсум для предиката $P(x)$: «Этот христианин ($x$) — православный».

Формулу «$x \in P$» читают так: «$x$ принадлежит множеству $P$». Этот предикат в контексте нашего примера выглядит следующим образом: «Этот христианин ($x$) — православный», т. е. «$x \in P$» $= P(x)$.

Отсюда следует вывод, что если $P$ — множество истинности предиката $P(x)$, то предикат может быть кратко записан формулой «$x \in P$». Иными словами, предикаты $P(x)$ и «$x \in P$» есть один и тот же предикат. Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что предикаты $\overline{P}(x)$: «Этот христианин ($x$) — неправославный» и «$x \notin P$» есть один и тот же предикат: «$x \notin P$» $= \overline{P}(x)$.

Очевидно, что эти выводы справедливы лишь в том случае, если $P(x)$ определен на универсуме $U$, для которого $P$ и $\overline{P}$ являются подмножествами, причем подмножества эти не пересекаются: $P \cap \overline{P} = \varnothing$, а их объединение совпадает с универсумом: $P \cup \overline{P} = U$.

Итак, если $U$, $P$ и $\overline{P}$ — множества, связанные с предикатом $P(x)$, то справедливы утверждения:

1. Предикат $P(x)$ может быть заменен формулой «$x \in P$».

2. Отрицание предиката $\overline{P}(x)$ может быть заменено либо формулой $x \notin P$, либо формулой $x \in \overline{P}$ .

Все сказанное об одноместном предикате $P(x)$ и связанных с ним множествах $U$, $P$, $\overline{P}$ справедливо и для предикатов с любым числом мест. Для двуместных предикатов $P(x_1, x_2)$ множества $U$, $P$ и $\overline{P}$ состоят из пар вида $(a, b)$, где $a$ и $b$ — имена объектов, которые надо подставлять в предикат $P(x_1, x_2)$ в места $x_1$ и $x_2$. Для трехместных предикатов $P(x_1, x_2, x_3)$ эти множества состоят из троек вида $(a, b, c)$ и т. д.

## 5.2. Логические операции над предикатами

Над предикатами, как и над высказываниями, выполняют следующие операции:

1) отрицание;
2) логическое умножение;
3) логическое сложение.

Предикат, полученный в результате выполнения логических операций над простыми предикатами, называют ***предикатной формулой***, или ***составным предикатом***. Значения истинности предикатной формулы можно определить по табл. 4.4–4.6.

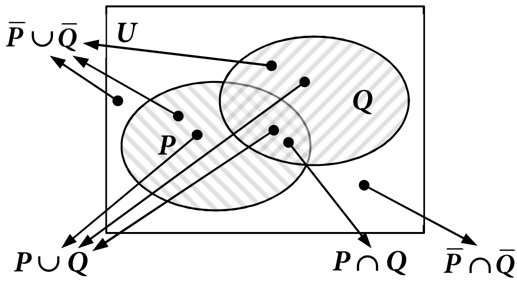



*Рис. 5.2.* Множества истинности и ложности логического произведения и логической суммы предикатов $P(x)$ и $Q(x)$:
$P \cap Q$ — пересечение множеств $P$ и $Q$, множество истинности произведения предикатов;
$\overline{P} \cup \overline{Q}$ — объединение множеств $\overline{P}$ и $\overline{Q}$ , множество ложности произведения предикатов;
$P \cup Q$ — объединение множеств $P$ и $Q$, множество истинности суммы предикатов;
$\overline{P} \cap \overline{Q}$ — пересечение множеств $\overline{P}$ и $\overline{Q}$ , множество ложности суммы предикатов

Рассмотрим выполнение логических операций над предикатами $P(x)$ и $Q(x)$, причем $U$ является универсальным множеством для обоих предикатов. Пусть $P$ и $\overline{P}$ — множества истинности и ложности предиката $P(x)$, а $Q$ и $\overline{Q}$ — предиката $Q(x)$ (рис. 5.2).

**Пример (см. рис. 5.2)**

$U$ — все иконы храмов Екатеринбурга;

$P(x)$: «Эта икона из Храма-на-Крови» («$x$ есть икона из Храма-на-Крови»);

$Q(x)$: «Эта икона святителя Николая» («$x$ есть икона святителя Николая»);

$P$ — множество икон Храма-на-Крови, множество истинности $P(x)$;

$\overline{P}$ — множество икон в храмах Екатеринбурга, исключая Храм-на-Крови, множество ложности предиката $P(x)$;

$Q$ — множество икон святителя Николая, множество истинности $Q(x)$;

$\overline{Q}$ — множество икон, исключая иконы святителя Николая, множество ложности предиката $Q(x)$.

Выполним логические операции над предикатами $P(x)$ и $Q(x)$ и найдем множества истинности и ложности полученных предикатных формул.

1. Отрицание

$\overline{P}(x)$ : «Эта икона не из Храма-на-Крови», предикат $\overline{P}(x)$ истинен на множестве $\overline{P}$ .

Предикат $\overline{P}(x)$ можно записать формулой $x \notin P$ либо $x \in \overline{P}$ .

$\overline{Q}(x)$: «Неверно, что это икона святителя Николая», предикат $\overline{Q}(x)$ истинен на множестве $\overline{Q}$ . Предикат $\overline{Q}(x)$ можно записать формулой $x \notin Q$ либо $x \in \overline{Q}$ .

2. Логическое умножение

$Q(x) \wedge P(x)$: «Это икона святителя Николая из Храма-на-Крови»; множество истинности: $Q \cap P$ — множество икон святителя Николая в Храме-на-Крови. Произведение предикатов $Q(x) \wedge P(x)$ можно записать формулой $x \in Q \cap P$.

3. Логическое сложение

$Q(x) \vee P(x)$: «Это икона святителя Николая или же эта икона из Храма-на-Крови»; множество истинности: $Q \cup P$ — множество икон святителя Николая, а также все иконы в Храме-на-Крови. Сумму предикатов $Q(x) \vee P(x)$ можно записать формулой $x \in Q \cup P$.

Сделаем выводы из рассмотренного примера.

Выводы

1. Если $\overline{P}(x)$ есть отрицание предиката $P(x)$, то множеством истинности $\overline{P}(x)$ является $\overline{P}$ , т. е. дополнение множества истинности $P(x)$ до универсума $U$.

2. Множество истинности логического произведения предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ есть пересечение $P \cap Q$ множеств истинности этих предикатов.

3. Множество истинности логической суммы предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ есть объединение $P \cup Q$ множеств истинности этих предикатов.

4. Отрицание, произведение и сумму предикатов можно записать формулами:

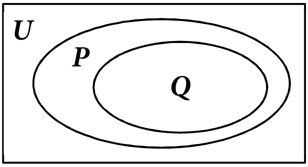
а) отрицание $\overline{P}(x) : x \notin P$ либо $x \in \overline{P}$ ;

б) произведение предикатов $Q(x) \wedge P(x)$: $x \in Q \cap P$;

в) сумма предикатов $Q(x) \vee P(x)$: $x \in Q \cup P$.

В заключение раздела рассмотрим еще один пример.

**Пример**




Пусть $U$ — множество дней года (рисунок). На множестве $U$ заданы два предиката:

$P(x)$: «Этот день ($x$) — день праздника Православной Церкви», $P$ — множество праздников Православной церкви.

$Q(x)$: «Этот день ($x$) — день великого праздника Православной Церкви», $Q$ — множество великих праздников Православной Церкви.

Очевидно, что Великие праздники — это часть всех праздников, т. е. $Q$ есть подмножество множества $P$. Пересечением множеств $P$ и $Q$ является множество $Q$, поскольку оно состоит из элементов, общих для обоих множеств: $P \cap Q = Q$. Объединением множеств $P$ и $Q$ является множество $P$, поскольку оно состоит из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств $P$ или $Q$.

Используя последний вывод, выполним логические операции над предикатами $P(x)$ и $Q(x)$:

а) Отрицание $\overline{P}(x) : x \in \overline{P}$ , «Этот день не является православным праздником». Отрицание $\overline{Q}(x) : x \in \overline{Q}$ , «Этот день не является великим православным праздником».

б) Произведение предикатов $Q(x) \wedge P(x)$: $x \in P \cap Q = Q$, «Этот день является великим православным праздником».

в) Сумма предикатов $Q(x) \vee P(x)$: $x \in P \cup Q = P$, «Этот день является одним из православных праздников».

## 5.3. Кванторные операции над предикатами. Категорические высказывания

В предыдущем пункте показано, что подставляя в предикат имена элементов из оговоренного ранее универсума, получаем истинные или ложные высказывания.

Есть еще один путь получения высказываний из предиката. Он заключается в ***связывании предикатных мест кванторами***[73]. Используют два квантора: квантор всеобщности ($\forall$) и квантор существования ($\exists$). Квантор всеобщности заменяет слова «любой», «каждый», «всякий» и т. п., квантор существования — слова «найдется», «существует», «некоторый» и пр. Связывание мест предиката кванторами называют ***кванторными операциями***.

Пусть $P(x)$ — одноместный предикат; $U$, $P$, $\overline{P}$ — универсум, множество истинности и множество ложности этого предиката.

Квантор всеобщности

Предложение $\forall x P(x)$: «Для всякого $x$ утверждение $P(x)$ истинно» является уже не предикатом, а высказыванием. ***Высказывание*** $\boldsymbol{\forall x P(x)}$ ***истинно, если множество*** $\boldsymbol{P}$ ***совпадает с универсумом:*** $\boldsymbol{P = U}$, соответственно, $\overline{P} = \varnothing$. ***Высказывание*** $\boldsymbol{\forall x P(x)}$ ***ложно, если*** $\boldsymbol{P \neq U}$, или, что то же самое, $\overline{P} \neq \varnothing$.

Итак, высказывание $\forall x P(x)$ может быть записано формулами:

$$P = U \text{ либо } \overline{P} = \varnothing.$$

До выполнения кванторной операции $x$ являлась ***свободной переменной*** и ей можно было придавать любые значения из множества $U$. После выполнения операции переменная $x$ ***связана*** квантором всеобщности: значение высказывания $\forall x P(x)$ не зависит от $x$. Хотя символ $x$ и входит в запись предложения $\forall x P(x)$, но подстановка значений $x$ в это предложение приводит к бессмыслице. Например, «Любой православный праздник в текущем году есть великий православный праздник» — высказывание ложное, но не абсурдное; «Любой праздник Троицы в текущем году есть великий православный праздник» — высказывание абсурдное, поскольку бессмысленны слова «любой праздник Троицы в текущем году», ведь праздник Троицы — один в году. Абсурдное высказывание нельзя оценить с точки зрения истинности или ложности.

73 «Квантор» — от лат. «quantum» — «сколько».

### Квантор существования

Утверждение $\exists x P(x)$: «Существует $x$, для которого $P(x)$ истинно» является высказыванием. ***Высказывание $\exists x P(x)$ истинно, если множество P не пусто: $P \neq \varnothing$***. Иными словами, если множество $U$ содержит ***хотя бы один элемент***, который при подстановке в предикат обращает его в истинное высказывание.

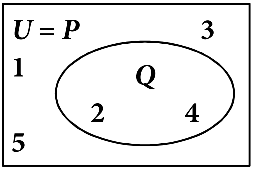
Итак, высказывание $\exists x P(x)$ может быть записано формулой:

$$P \neq \varnothing.$$

Значение высказывания $\exists x P(x)$ не зависит от $x$, переменная $x$ ***связана*** квантором существования. Например, «Некоторые православные праздники ($x$) называют „Праздник праздников“» — истинное высказывание ($x$ = Пасха Христова); «Некоторый православный праздник Троицу называют „Праздник праздников“» — абсурдное высказывание, которое нельзя оценить как истинное или ложное.

Высказывания, содержащие кванторы, называют категорическими высказываниями.

#### Пример 1




На множестве $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ заданы два предиката $P(x)$: «$x < 6$» и $Q(x)$: «$x$ — четное число» (рисунок).

Высказывание $\forall x P(x)$: «Все $x < 6$» является истинным, поскольку истинно каждое из высказываний $P(1)$: «$1 < 6$»; $P(2)$: «$2 < 6$»; $P(3)$: «$3 < 6$»; $P(4)$: «$4 < 6$»; $P(5)$: «$5 < 6$».

Высказывание $\forall x P(x)$ является логическим произведением всех высказываний, которые получаются при подстановке значений $x$ в предикат $P(x)$:

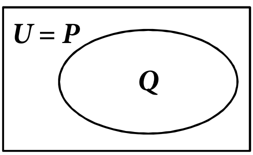
$$\forall x P(x) = P(1) \wedge P(2) \wedge P(3) \wedge P(4) \wedge P(5).$$

Высказывание $\exists x Q(x)$: «Некоторые $x$ — четные числа» истинно, так как среди высказываний $Q(1)$: «1 — четное число», $Q(2)$: «2 — четное число», $Q(3)$: «3 — четное число», $Q(4)$: «4 — четное число», $Q(5)$: «5 — четное число» два истинны: $Q(2)$ и $Q(4)$.

Высказывание $\exists x Q(x)$ является логической суммой всех высказываний, которые получаются при подстановке значений $x$ в предикат $Q(x)$:

$$\exists x Q(x) = Q(1) \vee Q(2) \vee Q(3) \vee Q(4) \vee Q(5).$$

#### Пример 2




Множество $U$ — множество дней Страстной седмицы, $P$ — множество дней, называемых великими, $Q$ — множество дней, посвященных воспоминаниям последних бесед Господа Иисуса Христа с народом и учениками (рисунок).

$P(x)$: «Этот день ($x$) называют великим».

$Q(x)$: «Этот день ($x$) посвящен воспоминаниям последних бесед Господа Иисуса Христа с народом и учениками».

Высказывание $\forall x P(x)$: «Все дни Страстной седмицы называют великими» истинно, т. к. истинно каждое из высказываний: $P$(Пн): «Понедельник Страстной седмицы называют великим», $P$(Вт): «Вторник Страстной седмицы называют великим» и т. д. $P$(Сб): «Субботу Страстной седмицы называют великой».

Высказывание $\forall x P(x)$ является логическим произведением всех высказываний, которые получаются при подстановке значений $x$ в предикат $P(x)$:

$$\forall x P(x) = P(\text{Пн}) \wedge P(\text{Вт}) \wedge P(\text{Ср}) \wedge P(\text{Чт}) \wedge P(\text{Пт}) \wedge P(\text{Сб}).$$

Оно истинно, если истинен каждый множитель логического произведения.

Высказывание $\exists x Q(x)$: «Некоторые дни Страстной седмицы посвящены воспоминаниям последних бесед Господа Иисуса Христа с народом и учениками» истинно. Действительно, среди высказываний $Q$(Пн): «Понедельник Страстной седмицы посвящен воспоминаниям последних бесед Господа Иисуса Христа с народом и учениками», $Q$(Вт): «Вторник Страстной седмицы посвящен воспоминаниям последних бесед Господа Иисуса Христа с народом и учениками», и т. д. $Q$(Сб): «Суббота Страстной седмицы посвящена воспоминаниям последних бесед Господа Иисуса Христа с народом и учениками» — три высказывания: $Q$(Пн), $Q$(Вт), $Q$(Ср) истинные.

Высказывание $\exists x Q(x)$ является логической суммой всех высказываний, которые получаются при подстановке значений $x$ в предикат $Q(x)$:

$$\exists x Q(x) = Q(\text{Пн}) \vee Q(\text{Вт}) \vee Q(\text{Ср}) \vee Q(\text{Чт}) \vee Q(\text{Пт}) \vee Q(\text{Сб}).$$

Оно истинно, если истинно хотя бы одно слагаемое логической суммы.

Приведенные примеры показывают, что операция связывания предикатного места квантором всеобщности есть логическое умножение всех возможных высказываний, которые получаются из предиката при подстановке значений его переменной, а операция связывания квантором существования — логическое сложение всех таких высказываний.

Таким образом, если $P(x)$ — предикат, $x \in U$, $U = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, то справедливы равенства:

$$\forall x P(x) = P(x_1) \wedge P(x_2) \wedge ... \wedge P(x_n), \tag{5.1}$$

$$\exists x P(x) = P(x_1) \vee P(x_2) \vee ... \vee P(x_n). \tag{5.2}$$

Логическое умножение и логическое сложение подчиняются законам двойственности[74] (см. прил. 1):

[74] Законы двойственности справедливы для предикатов с любым числом мест, в том числе и для высказываний.

1) Отрицание логического произведения предикатов есть логическая сумма отрицаний этих предикатов:

$$\overline{P(x_1) \wedge P(x_2)} = \overline{P}(x_1) \vee \overline{P}(x_2)\,.$$

2) Отрицание логической суммы предикатов есть логическое произведение отрицаний этих предикатов:

$$\overline{P(x_1) \vee P(x_2)} = \overline{P}(x_1) \wedge \overline{P}(x_2)\,.$$

Применив законы двойственности к равенствам (5.1) и (5.2), получим ***формулы отрицания категорических высказываний***:

$$\overline{\forall x P(x)} = \exists x \overline{P}(x)\,, \tag{5.3}$$

$$\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P}(x)\,. \tag{5.4}$$

Формулы (5.3) и (5.4) можно рассматривать как правила построения отрицаний категорических высказываний:

Правило 1. При построении отрицания высказывания с квантором всеобщности можно квантор всеобщности заменить квантором существования, а предикат — отрицанием предиката.

Правило 2. При построении отрицания высказывания с квантором существования можно квантор существования заменить квантором всеобщности, а предикат — отрицанием предиката.

**Пример 1**

$P(x)$: «Человек ($x$) грешен».

Множество $U$ — люди, живущие в настоящее время. Используя предикат $P(x)$, составим всевозможные категорические высказывания.

Общеутвердительное высказывание $\forall x P(x)$: «Всякий человек грешен» — истина.

Частноутвердительное высказывание $\exists x P(x)$: «Есть (существуют) грешные люди» — тем более истина.

Построим отрицания этих высказываний.

Отрицание общеутвердительного высказывания $\overline{\forall x P(x)} = \exists x \overline{P}(x)$ : «Некоторые люди безгрешны» — ложь.

Отрицание частноутвердительного высказывания $\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P}(x)$ : «Все люди безгрешны» — тем более ложь.

Примечание

Отрицания $\overline{\exists x P(x)}$ частноутвердительных высказываний называют общеотрицательными $\forall x \overline{P}(x)$, а отрицания общеутвердительных высказываний $\overline{\forall x P(x)}$ — частноотрицательными $\exists x \overline{P}(x)$. Из любого предиката, заданного на известном универсуме, можно построить четыре категорических высказывания: 1) общеутвердительное, 2) частноутвердительное, 3) общеотрицательное, 4) частноотрицательное.

**Пример 2**

$P(x)$: «Этот день года ($x$) — день великого праздника Православной Церкви».

Множество $U$ — множество дней года.

Общеутвердительное высказывание $\forall x P(x)$: «Любой день года — это день великого праздника Православной Церкви» — ложь.

Частноутвердительное высказывание $\exists x P(x)$: «Некоторые дни года — это дни великих праздников Православной Церкви» — истина.

Построим отрицания этих высказываний.

Отрицание общеутвердительного высказывания (частноотрицательное высказывание) $\overline{\forall x P(x)} = \exists x \overline{P}(x)$ : «***Некоторые*** дни года ***не являются*** днями великих праздников Православной Церкви» — истина.

Отрицание частноутвердительного высказывания (общеотрицательное высказывание) $\overline{\exists x P(x)} = \forall x \overline{P}(x)$ : «***Ни один*** день года ***не является*** днем великого праздника Православной Церкви» — ложь.

Сделаем выводы из рассмотренных примеров. Пусть $P(x)$ — одноместный предикат, множества $U$, $P$ и $\overline{P}$ — универсум, множество истинности и множество ложности этого предиката.

Выводы

1. Если истинно общеутвердительное высказывание $\forall x P(x)$, то частноутвердительное $\exists x P(x)$ тем более истинно.

2. Если ложно о бщеутвердительное высказывание $\forall x P(x)$, то частноутвердительное $\exists x P(x)$ может быть как истинным, так и ложным.

3. Если ложно общеутвердительное высказывание $\forall x P(x)$, то частноотрицательное $\exists x \overline{P}(x)$ истинно, а общеотрицательное $\forall x \overline{P}(x)$ может быть как истинным, так и ложным.

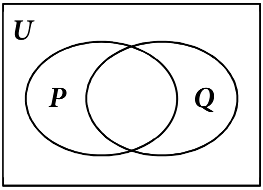
4. Общеутвердительное высказывание может быть записано формулами:

$$P = U \text{ либо } \overline{P} = \varnothing.$$

5. Частноутвердительное высказывание может быть записано формулой:

$$P \neq \varnothing.$$

## Пример




Пусть множество $U$ — множество живущих сейчас людей (рисунок);

$P$ — множество людей, верящих в Бога;

$Q$ — множество людей, крещеных во Христа Иисуса.

Рассмотрим предикаты:

$P(x)$: «Человек ($x$) верит в Бога»; $x \in P$.

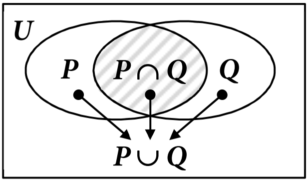
$Q(x)$: «Человек ($x$) крещен во Христа Иисуса»; $x \in Q$.

Отрицания предикатов:

$\overline{P}(x)$: «Человек ($x$) не верит в Бога»; $x \in \overline{P}$.

$\overline{Q}(x)$: «Человек ($x$) не крещен»; $x \in \overline{Q}$.

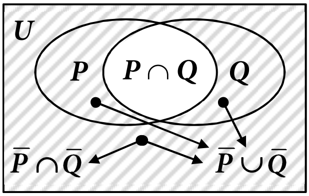
Напомним, что множества $\overline{P}$ и $\overline{Q}$ — дополнения множеств $P$ и $Q$ до универсума $U$.




Выполним логическое умножение и логическое сложение предикатов $P(x)$ и $Q(x)$:

$P(x) \wedge Q(x)$: «Человек верит в Бога и крещен» ($x \in P \cap Q$);

$P(x) \vee Q(x)$: «Человек верит в Бога или хотя бы крещен» ($x \in P \cup Q$).




Выполним логическое умножение и логическое сложение отрицаний предикатов $P(x)$ и $Q(x)$:

$\overline{P}(x) \wedge \overline{Q}(x)$: «Человек не верит в Бога и не крещен» ($x \in \overline{P} \cap \overline{Q}$);

$\overline{P}(x) \vee \overline{Q}(x)$: «Человек не верит в Бога, либо он не крещен, либо то и другое» ($x \in \overline{P} \cup \overline{Q}$).

Составим из произведения и суммы предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ все категорические высказывания.

Общеутвердительные высказывания

$\forall x(P(x) \wedge Q(x))$: «Каждый человек верит в Бога и крещен» (ложь, $\forall x(P(x) \wedge Q(x)) = 0$);

$\forall x(P(x) \vee Q(x))$: «Каждый человек верит в Бога или же крещен» (ложь, $\forall x(P(x) \vee Q(x)) = 0$).

Частноутвердительные высказывания

$\exists x(P(x) \wedge Q(x))$: «Некоторые люди верят в Бога и крещены» (истина, $\exists x(P(x) \wedge Q(x)) = 1$);

$\exists x(P(x) \vee Q(x))$: «Есть люди, которые верят в Бога или, по крайней мере, крещены» (истина, $\exists x(P(x) \vee Q(x)) = 1$).

Общеотрицательные высказывания

1. Произведение предикатов $P(x) \wedge Q(x)$.

а) $\overline{\exists x(P(x) \wedge Q(x))}$: «Неверно, что хотя бы один человек верит в Бога и крещен» (ложь, $\overline{\exists x(P(x) \wedge Q(x))} = 0$).

б) $\overline{\exists x(P(x) \wedge Q(x))} = \forall x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$: «Неверно, что человек верит в Бога и крещен. О любом человеке такое утверждение справедливо» (ложь, $\forall x(\overline{P(x) \wedge Q(x)}) = 0$).

в) $\forall x(\overline{P(x) \wedge Q(x)}) \overset{\text{закон двойственности}}{=} \forall x(\overline{P}(x) \vee \overline{Q}(x))$ : «Любой человек либо не верит в Бога, либо не крещен, либо то и другое» (ложь, $\forall x(\overline{P}(x) \vee \overline{Q}(x)) = 0$).

2. Сумма предикатов $P(x) \vee Q(x)$.

а) $\overline{\exists x(P(x) \vee Q(x))}$: «Утверждение о том, что некоторые люди верят в Бога или, по крайней мере, крещены, есть ложное утверждение» (ложь, $\overline{\exists x(P(x) \vee Q(x))} = 0$).

б) $\overline{\exists x(P(x) \vee Q(x))} = \forall x(\overline{P(x) \vee Q(x)})$: «О любом человеке можно сказать: неверно, что он верит в Бога, либо крещен, либо то и другое» (ложь, $\forall x(\overline{P(x) \vee Q(x)}) = 0$).

в) $\forall x(\overline{P(x) \vee Q(x)}) \overset{\text{закон двойственности}}{=} \forall x(\overline{P}(x) \wedge \overline{Q}(x))$: «Ни один человек не верит в Бога и не крещен» (ложь, $\forall x(\overline{P}(x) \wedge \overline{Q}(x)) = 0$).

Частноотрицательные высказывания

1. Произведение предикатов $P(x) \wedge Q(x)$.

а) $\overline{\forall x(P(x) \wedge Q(x))}$: «Утверждение о том, что каждый человек верит в Бога и крещен, есть ложное утверждение» (истина, $\overline{\forall x(P(x) \wedge Q(x))} = 1$).

б) $\overline{\forall x(P(x) \wedge Q(x))} = \exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$ : «Есть люди, которые не верят в Бога и не крещены» (истина, $\exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)}) = 1$).

в) $\exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)}) \overset{\text{закон двойственности}}{=} \exists x(\overline{P}(x) \vee \overline{Q}(x))$: «Есть люди, которые либо не верят в Бога, либо не крещены, либо то и другое» (истина, $\exists x(\overline{P}(x) \vee \overline{Q}(x)) = 1$).

2. Сумма предикатов $P(x) \vee Q(x)$

а) $\overline{\forall x(P(x) \vee Q(x))}$: «Утверждение о том, что каждый человек верит в Бога или хотя бы крещен, есть ложное утверждение» (истина, $\overline{\forall x(P(x) \vee Q(x))} = 1$).

б) $\overline{\forall x(P(x) \vee Q(x))} = \exists x(\overline{P(x) \vee Q(x)})$: «Неверно, что человек верит в Бога или крещен. Для некоторых людей такое утверждение справедливо» (истина, $\exists x(\overline{P(x) \vee Q(x)}) = 1$).

в) $\exists x(\overline{P(x) \vee Q(x)}) \overset{\text{закон двойственности}}{=} \exists x(\overline{P}(x) \wedge \overline{Q}(x))$: «Некоторые люди не верят в Бога и не крещены» (истина, $\exists x(\overline{P}(x) \wedge \overline{Q}(x)) = 1$).

Прежде всего отметим, что в группах общеотрицательных и частноотрицательных высказываний пункты а), б) и в) представляют различные варианты прочтения одного и того же суждения, т. е. формулировки суждения могут быть различными. При этом смысл и значение истинности (0 или 1) высказывания от формулировки зависеть не должны. Формулируя высказывания, надо следить как за точностью передачи его семантики (смысла), так и за его стилистическим оформлением. Это касается и устной, и письменной речи.

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Докажите законы логики для предикатов (см. прил. 1):

а) закон противоречия: $P(x) \wedge \overline{P}(x) = 0$;

б) закон исключенного третьего: $P(x) \vee \overline{P}(x) = 1$;

в) законы поглощения:

$$P(x) \wedge (P(x) \vee Q(x)) = P(x);$$

$$P(x) \vee (P(x) \wedge Q(x)) = P(x).$$

Используйте для этого таблицы истинности логического сложения и логического умножения высказываний.

2. Используя законы логики (см. прил. 1), докажите:

а) тождественную истинность предикатной формулы

$$P(x) \vee (Q(x) \wedge H(x)) \vee (\overline{Q}(x) \vee \overline{H}(x));$$

б) тождественную ложность предикатной формулы

$$P(x) \wedge (Q(x) \wedge H(x)) \wedge (\overline{Q}(x) \vee \overline{H}(x)).$$

3. Даны два предиката:

$S(x)$: «Этот человек крещен»;

$K(x)$: «Этот человек является прихожанином православного храма».

Для каждого из приведенных ниже равенств запишите текст формулы, стоящей в левой его части, и формулы, стоящей в правой его части (для каждой формулы — два текста):

$$\overline{S(x) \wedge K(x)} = \overline{S}(x) \vee \overline{K}(x);$$

$$S(x) \wedge \overline{K}(x) = \overline{\overline{S}(x) \vee K(x)};$$

$$\overline{\overline{S}(x) \wedge \overline{K}(x)} = S(x) \vee K(x);$$

$$S(x) \wedge K(x) = \overline{\overline{S}(x) \vee \overline{K}(x)}.$$

Выражают ли предложения в парах одну мысль или разные мысли?

4. Пусть $U$ — все великие святые отцы и учители Церкви.

На множестве $U$ заданы два предиката:

$P(x)$: «Этот святой отец ($x$) — представитель Каппадокийской школы» ($x \in U$);

$Q(x)$: «Этот святой отец ($x$) — представитель Александрийской школы» ($x \in U$).

Требуется:

1) Записать по три элемента множеств $P$ и $Q$.

2) Построить диаграмму Эйлера — Венна для множеств $U$, $P$ и $Q$.

3) Записать общеутвердительные, частноутвердительные, общеотрицательные и частноотрицательные высказывания, построенные из предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ (всего 8 высказываний). Указать истинность или ложность каждого категорического высказывания.

5. Даны два атомарных предиката:

$S(x)$: «Эта молитва из утреннего правила»;

$K(x)$: «Эта молитва из вечернего правила».

Требуется:

1) Указать универсальное множество $U$ для этих предикатов и построить диаграмму Эйлера — Венна для множеств $U$, $S$ и $K$.

2) Записать составные предикаты: $S(x) \wedge K(x)$ и $S(x) \vee K(x)$.

3) Записать все категорические высказывания из составных предикатов.

# 6. ИМПЛИКАЦИЯ И ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

## 6.1. Условные предложения

В логике особо важную роль играют условные предложения вида

(*а*) «Если $p$, то $q$»;

(*б*) «$q$ тогда и только тогда, когда $p$».

Буквой $p$ в этих примерах обозначено высказывание или предикат, который называют ***условием***, а буквой $q$ — высказывание или предикат, называемые ***заключением***.

Условные предложения сами являются высказываниями или предикатами, т. е. они принимают значение «истинно» (1) или «ложно» (0). Предложение вида (*а*) называют ***импликацией*** $p$ и $q$, вида (*б*) — их ***эквиваленцией***. Построение таких предложений называют логическими операциями «импликация» и «эквиваленция», а полученные предложения — формулами этих операций:

$p \Rightarrow q$ — формула импликации, читаем: «Если $p$, то $q$»;

$p \Leftrightarrow q$ — формула эквиваленции, читаем: «$q$ тогда и только тогда, когда $p$».

Напомним, что логика — наука о законах открытия, обоснования и сохранения истины. Высказывания об открытии или обосновании истины всегда формулируются в виде импликации или эквиваленции.

В обыденной речи помимо указанных форм «если $p$, то $q$» и «$q$ тогда и только тогда, когда $p$» причинно-следственные связи формулируются словами «$q$, потому что $p$», «$q$ (произойдет), при условии $p$», «$q$ (случилось), по причине $p$», «$q$, ибо $p$» и т. п. При этом контекст определяет, что имеется в виду: импликация или эквиваленция. Если $p$ — условие ***достаточное***, но необходимым не является, то речь идет об импликации, если $p$ — условие ***необходимое и достаточное***, — то об эквиваленции.

**Примеры**

1. «...будьте святы, потому что Я свят» (Лев 19. 2). В данном тексте условие «...Я свят» высказано Богом. Условия, высказанные Богом, всегда являются необходимыми и достаточными.

2. «И если вы называете Отцом Того, Который нелицеприятно судит каждого по делам, то со страхом проводите время странствования вашего...» (1 Пет 1. 17). В условии «...вы называете Отцом Того, Который нелицеприятно судит каждого по делам...» Апостол Петр прямо называет тех, кому адресовано заключение его призыва: «...со страхом проводите время странствования вашего...». Это условие является достаточным (для тех, кто «называет отцом Того, ...»), но не является необходимым (для всех остальных).

3. «Бес ... производитель их. Делает он это для того, чтобы смущать вас и лишить вас дерзновения к молитве»[75].

Перепишем слова святителя Феофана, выявив логическую структуру: «Если он (бес) делает это, то вы будете смущены и лишены дерзновения к молитве». Условие этой импликации не является достаточным: вы можете не откликнуться на проделки беса. Не является оно и необходимым: можно быть смущенным и лишенным дерзновения к молитве по причине собственных страстей, а не из-за козней беса. Импликация, не содержащая необходимого или достаточного условия, может оказаться ложной. Этот пример подчеркивает важность ***учета контекста***: только зная, о чем идет речь, можно оценить истинность или ложность высказывания. Подчеркнем, что ***цитата, выхваченная из контекста, может иллюстрировать отнюдь не то, о чем говорил ее автор*** (в данном случае, прочитав главу указанной в ссылке книги, можно убедиться, что святитель Феофан говорил истину).

4. Импликация $p \Rightarrow q$: «Если во время краткого здешнего странствования наши заботы сосредоточены на том, чтоб устранить от себя все печальное и окружить себя всем приятным, тем более должны мы озаботиться об участи нашей в вечности»[76].

Условие импликации — высказывание $p$: «во время краткого здешнего странствования наши заботы сосредоточены на том, чтоб устранить от себя все печальное и окружить себя всем приятным»; заключение импликации — высказывание $q$: «должны мы озаботиться об участи нашей в вечности».

Высказывание $p$ может быть как истинным, так и ложным, но заключение $q$ — всегда истина. Это означает, что высказывание святителя Игнатия (Брянчанинова) бесспорная истина.

Условие $p$ импликации или эквиваленции можно рассматривать как логическое обоснование заключения $q$. В логике заключение принято называть ***тезисом***[77], а условие — ***основанием***. ***Основание должно быть достаточным, т. е. истинность основания должна гарантировать истинность тезиса***. Это четвертый основной закон логики, сформулированный Г. Лейбницем (см. табл. 4.1).

---

75 *Феофан Затворник, свт.* Православие и наука. Руководственная книга изречений и поучений / сост. игум. Феофан (Крюков). М.: Даниловский благовестник, 2009. С. 69.

76 *Игнатий (Брянчанинов), свт.* Слово о смерти. М.: Отчий дом, 2008. С. 104.

77 Отрицание тезиса называют антитезисом.

Чтобы сформулировать правило, по которому можно определить достаточность основания, надо составить таблицы истинности импликации и эквиваленции.

## 6.2. Импликация

Импликация выражает достаточность основания. Это означает, что импликацию считают истиной ($p \Rightarrow q = 1$), если из истинного условия ($p = 1$) следует только истина ($q = 1$), а из ложного условия ($p = 0$) может следовать как ложь ($q = 0$), так и истина ($q = 1$).

Если же из истинного условия ($p = 1$) следует ложь ($q = 0$), то импликацию считают ложной ($p \Rightarrow q = 0$).

*6.1. Таблица истинности импликации*

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Эти естественные требования записаны в таблице истинности импликации (табл. 6.1).

Как следует из табл. 6.1, операция импликации не является перестановочной. Это и понятно: ***основание является причиной, а тезис — следствием***.

С каждой импликацией $p \Rightarrow q$ связаны еще три импликации:

$q \Rightarrow p$ — обратная импликация;

$\overline{p} \Rightarrow \overline{q}$ — противоположная импликация;

$\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$ — импликация, обратная противоположной.

В табл. 6.2 рассматривается истинность и ложность всех четырех взаимосвязанных импликаций. В частности, показано, какие импликации попарно эквивалентны друг другу: прямая импликация эквивалентна импликации обратной противоположной, а обратная импликация эквивалентна противоположной:

$p \Rightarrow q = \overline{q} \Rightarrow \overline{p}$ — «Если $p$, то $q$» и «Если не $q$, то не $p$» есть одно и то же высказывание;

$q \Rightarrow p = \overline{p} \Rightarrow \overline{q}$ — «Если $q$, то $p$» и «Если не $p$, то не $q$» есть одно и то же высказывание.

*6.2. Таблицы истинности четырех взаимосвязанных импликаций*

| **Основание** | **Тезис** | **Отрицание основания** | **Отрицание тезиса** | **Прямая импликация** | **Обратная импликация** | **Противоположная импликация** | **Импликация, обратная противоположной** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Если $p$, то $q$ | Если $q$, то $p$ | Если не $p$, то не $q$ | Если не $q$, то не $p$ |
| $p$ | $q$ | $\overline{p}$ | $\overline{q}$ | $p \Rightarrow q$ | $q \Rightarrow p$ | $\overline{p} \Rightarrow \overline{q}$ | $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$ |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

В то же время, причина и следствие меняться местами не могут (неперестановочность импликации): $p \Rightarrow q \neq q \Rightarrow p$ — значения истинности импликаций «Если $p$, то $q$» и «Если $q$, то $p$» не совпадают. Также не совпадают значения истинности импликаций $q \Rightarrow p \neq \overline{q} \Rightarrow \overline{p}$:

«Если $q$, то $p$» и «Если не $q$, то не $p$» являются различными высказываниями.

**Пример**

Рассмотрим высказывание из Святого Евангелия:

«По тому узнают все, что вы Мои ученики, если будете иметь любовь между собою (Ин 13. 35).

Посылка $p$: «...будете иметь любовь между собою»;

заключение $q$: «По тому узнают все, что вы Мои ученики».

Прямая импликация $p \Rightarrow q$: «Если будете иметь любовь между собою (если $p$), то по ней узнают все, что вы Мои ученики (то $q$)».

Обратная импликация $q \Rightarrow p$: «Если по любви между вами все будут узнавать, что вы Мои ученики (если $q$), вот тогда вы будете иметь (истинную) любовь между собою (то $p$)».

Противоположная импликация $\overline{p} \Rightarrow \overline{q}$: «Если не будет у вас любви между собою (если $\overline{p}$), то объявятся люди, которые не узнают в вас учеников Моих (то $\overline{q}$)».

Импликация обратная противоположной $\overline{q} \Rightarrow \overline{p}$: «Если найдутся люди, которые не будут узнавать в вас учеников Моих (если $\overline{q}$), значит, не имеете вы любви между собою (то не $\overline{p}$)».

Выпишем равенства и неравенства формул, которые широко используются в логическом анализе:

$$p \Rightarrow q = \overline{q} \Rightarrow \overline{p}, \tag{6.1}$$

$$p \Rightarrow q \neq q \Rightarrow p. \tag{6.2}$$

Рассмотрим отрицание импликации: $\overline{p \Rightarrow q}$ — «Неверно, что *p* есть причина *q*». Для этого запишем его таблицу истинности (табл. 6.3).

*6.3. Таблица истинности отрицания импликации*

| $p$ | $q$ | $p \Rightarrow q$ | $\overline{p \Rightarrow q}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

В табл. 6.3 показано, что отрицание импликации $\overline{p \Rightarrow q}$ истинно лишь в том случае, если условие *p* истинно, а заключение *q* ложно. Это означает, что формула $\overline{p \Rightarrow q}$ тождественна логическому произведению $p \wedge \overline{q}$:

$$\overline{p \Rightarrow q} = \mathrm{p} \wedge \overline{q}\,. \tag{6.3}$$

Итак, отрицание импликации можно читать как «*p* И не *q*», применяя союз «И». Верно и обратное: высказывание с союзом «И» (логическое умножение) можно рассматривать как отрицание условного предложения.

Применим к равенству $\overline{p \Rightarrow q} = p \wedge \overline{q}$ закон отрицание отрицания и закон двойственности (см. прил. 1):

$$\overline{\overline{p \Rightarrow q}} = \overline{p \wedge \overline{q}}\,;$$

$$p \Rightarrow q = \overline{p} \vee \overline{\overline{q}} = \overline{p} \vee q\,.$$

Получено равенство:

$$p \Rightarrow q = \overline{p} \vee q, \tag{6.4}$$

выражающее эквивалентность импликации и логического сложения, причем одно слагаемое — это отрицание основания, а второе — тезис импликации. Такое равенство позволяет читать условное предложение с помощью союза «ИЛИ»: «не *p* или *q*». Справедливо и обратное: предложение, представляющее собой логическую сумму высказываний, можно читать в виде условного предложения.

В прил. 2 (табл. 1) приведены основные свойства импликации высказываний.

П р и м е ч а н и е. Следует помнить, что союз «ИЛИ» в логической сумме имеет ***неразделительное*** значение. Логическая сумма предполагает, что возможны как *p* без *q* и *q* без *p*, так и ***совместное появление*** *p* и *q*.

### Пример 1

Выполним логический анализ предложения, взятого из работы Э. Фромма[78]:

$\overline{p} \Rightarrow q$: «...нас ежедневно потчуют бессмыслицей, которая показалась бы оскорбительной даже для детского ума, если бы дети не были вскормлены на ней»[79] — прямая импликация.

$p$ : «дети вскормлены на бессмыслице»;

$\overline{p}$: «дети не были вскормлены на бессмыслице»;

$q$ : «бессмыслица оскорбительна для ума детей»;

$\overline{p}$: «бессмыслица не оскорбительна для ума детей».

Упростим форму записи прямой импликации $\overline{p} \Rightarrow q$: «...если дети не были вскормлены на бессмыслице, то она оскорбительна для их ума». Составим таблицу четырех взаимосвязанных импликаций и их преобразования в логическую сумму.

| **Формула** | **Текст** | **Эквивалентная формула** | **Текст** |
|---|---|---|---|
| $\overline{p} \Rightarrow q$ | «...если дети не были вскормлены на бессмыслице, то она оскорбительна для их ума» | $p \vee q$ | «...дети вскормлены на бессмыслице, или же она оскорбительна для их ума» |
| $q \Rightarrow \overline{p}$ | «...если бессмыслица оскорбительна для ума детей, значит, они не были на ней вскормлены» | $\overline{q} \vee \overline{p}$ | «...бессмыслица не оскорбительна для ума детей, или они не были на ней вскормлены» |
| $p \Rightarrow \overline{q}$ | «...если дети были вскормлены на бессмыслице, то она не оскорбительна для их ума» | $\overline{p} \vee \overline{q}$ | «...дети не были вскормлены на бессмыслице, или же она не оскорбительна для их ума» |
| $\overline{q} \Rightarrow p$ | «...если бессмыслица не оскорбительна для ума детей, значит, они были на ней вскормлены» | $q \vee p$ | «...бессмыслица оскорбительна для ума детей, или они на ней вскормлены» |

Составим таблицу отрицаний импликаций и их преобразования в логическое произведение.

---

[78] Эрих Зелигманн Фромм (1900–1980) — немецкий социолог, философ, социальный психолог, психоаналитик, один из основателей неофрейдизма и фрейдомарксизма.

[79] *Фромм Э.* Психоанализ и религия // Сумерки богов / Э. Фромм. М.: Изд-во политич. лит., 1989. С. 145.

| **Формула** | **Текст** | **Эквивалентная формула** | **Текст** |
|---|---|---|---|
| $\overline{\bar{p} \Rightarrow q}$ | «...это неверно, что если дети не были вскормлены на бессмыслице, то она оскорбительна для их ума» | $\bar{p} \wedge \bar{q}$ | «...дети не были вскормлены на бессмыслице, но она не оскорбительна для их ума» |
| $\overline{q \Rightarrow \bar{p}}$ | «...это неверно, что если бессмыслица оскорбительна для ума детей, значит, они не были на ней вскормлены» | $q \wedge p$ | «...бессмыслица оскорбительна для ума детей, хотя они и были на ней вскормлены» |
| $\overline{p \Rightarrow \bar{q}}$ | «...это неверно, что если дети были вскормлены на бессмыслице, то она не оскорбительна для их ума» | $p \wedge q$ | «...хотя дети были вскормлены на бессмыслице, но она оскорбительна для их ума» |
| $\overline{\bar{q} \Rightarrow p}$ | «...это неверно, что если бессмыслица не оскорбительна для ума детей, значит, они были на ней вскормлены» | $\bar{q} \wedge \bar{p}$ | «...бессмыслица не оскорбительна для ума детей, хотя они и не были вскормлены на ней» |

Предположив, что высказывание Э. Фромма $\bar{p} \Rightarrow q$ истинно, следует признать истинными также высказывания $p \vee q$, $\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$, $q \vee \bar{p}$. Высказывания $\overline{\bar{p} \Rightarrow q}$, $\bar{p} \wedge \bar{q}$, $\overline{\bar{q} \Rightarrow \bar{p}}$, $\bar{q} \wedge \bar{p}$ приходится признать ложными. Истинность или ложность остальных высказываний на основании оценки прямой импликации $\bar{p} \Rightarrow q$ указать нельзя. Можно лишь утверждать, что все они либо одновременно истинны, либо одновременно ложны.

### Пример 2

Проведем логический анализ высказывания Э. Фромма[80]: «...если кто-то любит ближнего, но не любит себя, то любовь к ближнему не является подлинной».

Выделим и запишем атомарные высказывания и их отрицания:

| | |
|---|---|
| $p$: «человек любит ближнего»; | $\bar{p}$: «человек не любит ближнего»; |
| $q$: «человек любит себя»; | $\bar{q}$: «человек не любит себя»; |
| $h$: «любовь человека к ближнему является подлинной»; | $\bar{h}$: «любовь человека к ближнему не подлинная (показная)». |

Высказывание Э. Фромма представляет собой импликацию:

$$(\mathrm{p} \wedge \bar{q}) \Rightarrow \bar{h}.$$

80 *Фромм Э.* Психоанализ и религия. С. 200.

Покажем, что эквивалентная ей импликация обратная противоположной $h \Rightarrow \overline{(p \wedge \overline{q})}$ представляет собой абсурд. В самом деле, применив к формуле $h \Rightarrow \overline{(p \wedge \overline{q})}$ законы двойственности и отрицания отрицания, получаем равенство:

$$h \Rightarrow \overline{(p \wedge \overline{q})} = h \Rightarrow (\overline{p} \vee q)\ .$$

Читаем формулу справа $h \Rightarrow (\overline{p} \vee q)$: «Если любовь человека к ближнему является подлинной, то человек ближнего не любит или любит себя». (Подлинность любви может выражаться в ее отсутствии!)

Но если словесная интерпретация формулы $h \Rightarrow (\overline{p} \vee q)$ есть абсурд, а формула эта эквивалентна первоначальной формуле:

$$h \Rightarrow (\overline{p} \vee q) = (\mathrm{p} \wedge \overline{q}) \Rightarrow \overline{h},$$

то абсурдом является интерпретация и первоначальной формулы $(p \wedge \overline{q}) \Rightarrow \overline{h}$, т. е. высказывание Э. Фромма.

Высказывание Э. Фромма можно проанализировать с помощью таблицы истинности первоначальной формулы.

Из истинной посылки $(p \wedge \overline{q}) = 1$ делается истинное заключение $\overline{h} = 1$ лишь в одном случае: $p = 1$, $q = 0$, $h = 0$ (единица выделена жирно). Таким образом, и посылка, и тезис в высказывании Э. Фромма истинны лишь при условии, что человек любит ближнего ($p = 1$) показной (неподлинной) любовью ($h = 0$), а себя просто не любит $q = 0$.

| $p$ | $q$ | $h$ | $\overline{q}$ | $\overline{h}$ | $p \wedge \overline{q}$ | $(p \wedge \overline{q}) \Rightarrow \overline{h}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |

### Выводы

1. Импликация есть условное предложение «Если $p$, то $q$», где $q$ — тезис, $p$ — основание тезиса.

2. Истинность основания $p$ является достаточным условием истинности тезиса $q$, но необходимость истинности тезиса импликация не обеспечивает: при ложном основании тезис может оказаться истинным.

3. Импликация «Если $p$, то $q$» эквивалентна логической сумме «Не $p$, или $q$» и импликации «Если не $q$, то не $p$».

4. Операция импликации не является перестановочной: тезис не может служить основанием.

5. Отрицание импликации «Неверно, что, если $p$, то $q$» эквивалентно логическому произведению ее основания на отрицание тезиса «$p$, но не $q$».

## 6.3. Эквиваленция

Эквиваленция выражает не только достаточность, но и необходимость основания. Эквиваленцию считают истинной ($p \Leftrightarrow q = 1$), если ее условие и заключение одновременно истинны ($p = q = 1$, «из истины следует только истина») или одновременно ложны ($p = q = 0$, «из лжи нельзя извлечь истину»).

Если же значения истинности условия и заключения противоположны, т. е. $p = 1$, но $q = 0$, или наоборот — $p = 0$, а $q = 1$, то эквиваленцию считают ложной ($p \Leftrightarrow q = 0$).

*6.4. Таблица истинности эквиваленции*

| $p$ | $q$ | $p \Leftrightarrow q$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Эти естественные требования записаны в таблице истинности эквиваленции (табл. 6.4).

В эквиваленции основание и тезис равносильны (эквивалентны). Сделав тезис условием, мы ничего не изменим: если первоначальная формула была истинной, то она останется истинной, если ложной, то останется ложной.

Таким образом, эквиваленцию можно рассматривать как логическое произведение прямой и обратной импликации:

$$p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p).$$

**Пример**

Проведем формально-логический анализ высказывания свт. Григория Паламы: «Всякая природа как нельзя более далека и совершенно чужда Божественной природе. Если же Бог — природа, то все другое не есть природа; если же все другое есть природа, то Он не есть природа...»[81].

Выделим и запишем атомарные высказывания и их отрицания:

$p$: «Бог есть природа»; $\bar{p}$: «Бог не есть природа»;

$q$: «все другое есть природа»; $\bar{q}$: «все другое не есть природа».

Мысль свт. Григория Паламы совершенно понятна и истинна:

[81] Цит. по.: *Булгаков С. Н., прот.* Свет невечерний. Созерцания и умозаключения. СПб, 2008. С. 174.

$p \Leftrightarrow \bar{q}$: «Бога можно назвать природой тогда и только тогда, когда все другое не есть природа». Если представить ее через операции логического сложения и умножения и применить законы логики высказываний (см. прил. 1), получим формулу:

$$p \Leftrightarrow \bar{q} = (p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (\bar{q} \Rightarrow p) = (\bar{p} \vee \bar{q}) \wedge (q \vee p) = (q \wedge \bar{p}) \vee (p \wedge \bar{q}).$$

Формулу $(q \wedge \bar{p}) \vee (p \wedge \bar{q})$ прочитаем так: «Все кроме Бога есть природа, а Он не есть природа, или же Бог — это природа, но тогда все другое природой не является».

Логический анализ предложения «Если же Бог — природа, то все другое не есть природа; если же все другое есть природа, то Он не есть природа», которое использовано свт. Григорием, дает другую формулу, не равносильную эквиваленции $p \Leftrightarrow \bar{q}$.

В самом деле, это предложение можно представить формулой

$$(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (q \Rightarrow \bar{p}).$$

Заменим импликации $p \Rightarrow \bar{q}$ и $q \Rightarrow \bar{p}$ логическими суммами

$$p \Rightarrow \bar{q} = \bar{p} \vee \bar{q}, \; q \Rightarrow \bar{p} = \bar{q} \vee \bar{p}.$$

Пользуясь логическими законами (см. прил. 1), получаем:

$$(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (q \Rightarrow \bar{p}) = (\bar{p} \vee \bar{q}) \wedge (\bar{q} \vee \bar{p}) = \bar{p} \vee \bar{q}.$$

$\bar{p} \vee \bar{q}$: «Бог — не природа, или же все другое — не природа».

Но $\bar{p} \vee \bar{q} \neq (q \wedge \bar{p}) \vee (p \wedge \bar{q})$. В самом деле, если допустить, что Бог не является природой ($p = 0$, $\bar{p} = 1$), но и все другое не является природой ($q = 0$, $\bar{q} = 1$), а существует, скажем, лишь в воображении отдельного человека[82], то высказывание свт. Григория в выбранной им форме оказывается истинным: $\bar{p} \vee \bar{q} = 1$. (И. Фихте полностью согласился бы с свт. Григорием, несмотря на свои странные взгляды). Но в форме эквиваленции $p \Leftrightarrow \bar{q} = (q \wedge \bar{p}) \vee (p \wedge \bar{q}) = 0$ при условии $p = q = 0$, высказывание становится ложным (т. е. позиция субъективного идеализма И. Фихте в нем отвергается).

### Выводы из примера

1. Высказывание и мысль, заключенная в высказывании, не всегда тождественны.

2. Формальная логика позволяет проводить тонкий и детальный анализ высказывания, выявляя варианты заключенного в них смыслового содержания.

3. Формально-логический анализ не является «истиной в последней инстанции», поскольку не позволяет оценить истинность атомарных высказываний и не учитывает контекста.

---

82 Например, основным пунктом в философии представителя немецкой классической философии XIX в. Иоганна Фихте было утверждение: «Весь мир — это Я».

В прил. 2 (табл. 2) приведены основные свойства эквиваленции высказываний.

Отрицание эквиваленции $\overline{p \Leftrightarrow q}$ истинно лишь тогда, когда $p$ и $q$ имеют разные значения истинности.

*6.5. Таблица истинности кольцевой суммы (отрицания эквиваленции)*

| $p$ | $q$ | $p \Leftrightarrow q$ | $\overline{p \Leftrightarrow q} = p \oplus q$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

Оно имеет собственное название — «кольцевая сумма».

Табл. 6.5 является определением кольцевой суммы.

Обозначение ***кольцевой суммы:*** $\boldsymbol{p \oplus q}$.

Символ «$p \oplus q$» читают: «ЛИБО $p$, ЛИБО $q$».

Примечание. Еще раз подчеркнем, что логическая сумма $p \vee q$ («$p$ ИЛИ $q$»), предполагает, что возможны как $p$ без $q$ и $q$ без $p$, так и совместное появление $p$ и $q$. ***Кольцевая сумма*** $\boldsymbol{p \oplus q}$ («ЛИБО $p$, ЛИБО $q$») ***исключает совместное появление p и q***. Союз «ИЛИ», с помощью которого чаще всего читают логическую сумму, имеет ***неразделительное*** значение. Напротив, союз «...ЛИБО... ЛИБО...» является ***строго разделительным***: либо $p$ без $q$, либо $q$ без $p$, а совместное появление исключено.

**Пример**

Имеется высказывание Р. Докинза[83], содержащее необходимые и достаточные условия: «Я не знаю, что еще нужно, кроме биологической эволюции, чтобы объяснить происхождение человека или любого другого существа»[84].

Перепишем это высказывание в виде эквиваленции, опустив слова, относящиеся к контексту «Я не знаю, что»: «Признание биологической эволюции необходимо и достаточно для объяснения происхождения любого живого существа, включая человека».

[83] Ричард Докинз — этолог и популяризатор науки, автор мировых бестселлеров «Бог как иллюзия» и «Эгоистичный ген».

[84] Главный атеист Р. Докинз против архиепископа Р. Уильямса — диспут о Боге и эволюции. URL: http://www.pravmir.ru/ateist-dokinz-disput-wiliams/ (дата обращения: 30.08.2016).

$p$: «биологическая эволюция существует»;

$q$: «возможно объяснение происхождения любого живого существа, включая человека».

Запишем формулы высказывания Р. Докинза и отрицания этого высказывания:

$p \Leftrightarrow q$: «Чтобы объяснить происхождение любого живого существа, включая человека, необходимо и достаточно признать существование биологической эволюции»;

$\overline{p \Leftrightarrow q}$ : «Неверно, что для объяснения происхождения любого живого существа, включая человека, необходимо и достаточно признать существование биологической эволюции».

Запишем эквивалентные им формулы в виде таблицы.

| **Эквивалентные формулы** | **Текст** |
|---|---|
| $p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ | «Если признать существование биологической эволюции, то можно объяснить происхождение любого живого существа, включая человека. И обратно: если объяснимо происхождение любого живого существа, то, значит, следует признать и существование биологической эволюции» |
| $p \Leftrightarrow q = (\bar{p} \vee q) \wedge (q \Rightarrow p)$ | «Биологической эволюции нет, или же возможно объяснение происхождения всех живых существ, включая человека. Если же происхождение всех живых существ объяснимо, то следует признать существование биологической эволюции» |
| $p \Leftrightarrow q = (\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee p)$ | «Биологической эволюции нет, или же возможно объяснение происхождения всех живых существ, включая человека. По-другому, их происхождение необъяснимо, или же следует признать, что биологическая эволюция существует» |
| $\overline{p \Leftrightarrow q} = p \oplus q$ | «Одно из двух: либо признаем существование биологической эволюции, либо объясняем происхождение любого живого существа, включая человека» |
| $\overline{p \Leftrightarrow q} = (q \Rightarrow p) \Rightarrow (p \wedge \bar{q})$ | «Если происхождение всех живых существ имеет объяснение, то надо признать существование биологической эволюции. Следовательно, признавая биологическую эволюцию, все же нельзя объяснить происхождение всех живых существ, включая человека» |
| $\overline{p \Leftrightarrow q} = (q \Rightarrow p) \Rightarrow (\overline{p \Rightarrow q})$ | «Если происхождение любого живого существа, включая человека, поддается объяснению, значит, биологическая эволюция имеет место. Отсюда следует, что принимая биологическую эволюцию как объяснение происхождения всех живых существ, включая человека, мы ошибаемся» |

В заключение подчеркнем, что формулы логики делают понятным смысл высказывания, позволяют с помощью таблиц истинности однозначно оценить истинность или ложность высказывания. В то же время перевести их на разговорный язык оказывается достаточно затруднительным. Более того, переведенные на разговорный язык формулы теряют точность, «расплываются». Оценка их истинности или ложности становится затруднительной.

В связи с этим иногда разделяют понятия «***суждение***» и «***высказывание***», определяя суждение как мысль, заключенную в высказывании, семантику высказывания или, фактически, как формулу логики. В большинстве отечественных учебников логики принят термин «суждение». В математической логике, которая, по сути, является изложением формальной логики на математическом языке и служит основой вычислительной техники и информационных технологий, принят термин «высказывание». Именно этот термин мы использовали в предыдущих разделах и будем использовать в дальнейшем.

Выводы

1. Эквиваленция есть условное предложение «$q$ тогда и только тогда, когда $p$», где $q$ — тезис, $p$ — основание тезиса являются равносильными, т. е. одновременно истинны или одновременно ложны.

2. Истинность основания $p$ является необходимым и достаточным условием истинности тезиса $q$, т. е. истинность тезиса исключается, если ложно основание.

3. Эквиваленция «$q$ тогда и только тогда, когда $p$» тождественна логическому произведению прямой и обратной импликации «Если $p$, то $q$ и обратно: если $q$, то $p$» и произведению двух логических сумм: «Не $p$ или $q$, а также не $q$ или $p$».

4. Операция эквиваленции перестановочна, т. е. тезис и основание могут меняться местами: $p \Leftrightarrow q = q \Leftrightarrow p$.

5. Отрицание эквиваленции $\overline{p \Leftrightarrow q}$ «Неверно, что $p$ тогда и только тогда, когда $q$» эквивалентно кольцевой сумме $p \oplus q$: «Либо $p$, либо $q$, третьего не дано».

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Докажите свойства 5–8 импликации (см. прил. 2, табл. 1) и свойства эквиваленции (см. прил. 2, табл. 2).

2. Докажите равенства формул

$$P \wedge Q = \overline{P \Rightarrow \overline{Q}} = \overline{Q \Rightarrow \overline{P}},$$

(а) пользуясь таблицами истинности; (б) используя свойства операций над высказываниями. Прочитайте эти равенства.

3. В книге Бытие прочитайте первую главу (Быт 1.1–31). Выпишите на каждый день Шестоднева, что сказал Бог и что после этого (по причине этого) произошло. Например: «...сказал Бог: да будет свет. И стал свет. <...> и отделил Бог свет от тьмы» (Быт 1.2).

Преобразуйте полученные высказывания в условные предложения, используя равенства из предыдущего задания (задания 2).

Прочитайте и запишите полученные условные предложения.

4. Составьте и запишите три примера эквиваленции, используя высказывания религиозного содержания. Запишите формулу отрицания эквиваленций (см. прил. 2, табл. 2). Прочитайте и запишите тексты отрицаний составленных высказываний.

# 7. ИМПЛИКАЦИЯ И ЭКВИВАЛЕНЦИЯ ПРЕДИКАТОВ

## 7.1. Основание и тезис условного высказывания

В предыдущей главе рассмотрены импликация и эквиваленция ***высказываний***, т. е. предложений, истинность или ложность которых определена априори. Наиболее интересны случаи применения этих операций к ***предикатам***, которые могут быть как истинны, так и ложны.

Напомним, что с любым предикатом $S(x)$ связаны три множества $U$, $S$ и $\overline{S}$ (рис. 7.1).

$U = S \cup \overline{S}$ — множество значений переменной $x \in U$

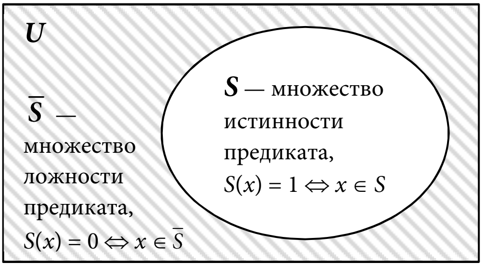



*Рис. 7.1.* Множества, связанные с предикатом $S(x)$: $U$ — универсальное множество; $S$ — множество истинности предиката; $\overline{S}$ — множество ложности предиката

Справедливы утверждения:

1. Предикат $S(x)$ можно заменить формулой: «$x \in S$» («$x$ принадлежит $S$»).
2. Отрицание $\overline{S}(x)$ предиката может быть заменено либо формулой $x \notin S$ («$x$ не принадлежит $S$»), либо формулой $x \in \overline{S}$ («$x$ принадлежит дополнению $S$»).

Импликация. Пусть $P(x) \Rightarrow Q(x)$ — импликация двух предикатов, определенных на одном и том же универсуме $U$, $Q(x)$ является тезисом, $P(x)$ — его основанием; $Q$ и $P$ множества истинности тезиса и основания.

Рассмотрим по порядку все варианты отношений между множествами истинности основания и тезиса импликации.

(*а*) (Рис. 7.2). Поскольку в этом случае $P$ и $Q$ не пересекаются ($P \cap Q = \varnothing$), то истинность основания $P(x)$ влечет за собой ложность тезиса $Q(x)$. Это означает, что в универсуме $U$ нет такого значения переменной $x$, при котором истинно как условие импликации $P(x)$, так и ее заключение $Q(x)$:

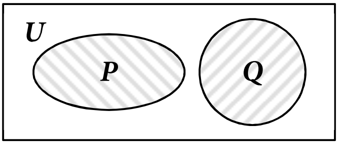



*Рис. 7.2.* Отношение между множествами истинности основания и тезиса $P \cap Q = \varnothing$

$$\forall x(P(x) = 1 \Rightarrow Q(x) = 0). \tag{7.1}$$

Эту формулу можно переписать по-другому:

$$\forall x(P(x) = 1 \Rightarrow \overline{Q}(x) = 1). \tag{7.2}$$

Читаем формулу (7.1): при любом значении $x$ истинность основания $P(x)$ влечет за собой истинность антитезиса $\overline{Q}(x)$. Другими словами, $P(x)$ может служить ***достаточным основанием для антитезиса*** $\overline{\mathbf{Q}}(\boldsymbol{x})$.

Итак, в случае (*а*) (см. рис. 7.2), истинно высказывание с квантором всеобщности:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)), \tag{7.3}$$

или на языке множеств:

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \notin Q). \tag{7.4}$$

**Пример**

$P(x)$: «человек ($x$) — христианин»; $P$ — множество христиан.

$Q(x)$: «человек ($x$) — сектант»; $Q$ — множество членов различных сект.

$P \cap Q = \varnothing$: христианин не может быть сектантом.

$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: «Всякий человек, если он христианин, то он член секты» — ложь.

$\forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$: «Всякий человек, если он христианин, то он не член секты» — истина.

(*б*) (Рис. 7.3). В этом случае $P$ и $Q$ имеют общие элементы: $P \cap Q \neq \varnothing$, но не совпадают: $P \neq Q$. Это означает, что в универсуме $U$ найдутся такие элементы $x$, подстановка которых в предикаты обращает импликацию $P(x) \Rightarrow Q(x)$ в истинное высказывание. Напомним, что импликация истинна при ложном основании, а также в случае, когда истинны и основание, и тезис (см. табл. 6.1).

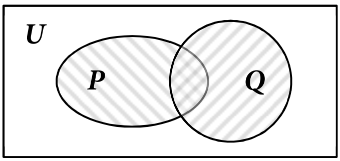



*Рис. 7.3.* Отношение между множествами истинности основания и тезиса $P \cap Q \neq \varnothing$

Итак, если $x \in \overline{P}$ или $x \in P \cap Q$, то импликация $P(x) \Rightarrow Q(x) = 1$.

Но в универсуме $U$ найдутся и такие элементы $x$, подстановка которых обращает основание $P(x)$ в истину, а тезис $Q(x)$ делает ложным. На таких элементах $P(x) \Rightarrow Q(x) = 0$.

Следовательно, сказать, что на всех элементах универсума $U$ импликация $P(x) \Rightarrow Q(x)$ истинна, значит, сказать ложь. Но сказать, что она истинна на некоторых элементах — это сказать правду.

Таким образом, для случая (*б*) (см. рис. 7.3) истинно высказывание с квантором существования:

$$\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x)). \tag{7.5}$$

В символах множеств:

$$\exists x(x \in P \wedge x \in Q). \tag{7.6}$$

Читаем формулу (7.5): «Найдутся такие $x$, при которых истинность основания $P(x)$ влечет за собой истинность тезиса $Q(x)$». Читаем формулу (7.6): «В универсуме $U$ есть элементы, принадлежащие как множеству $P$, так и множеству $Q$».

Если между $P$ и $Q$ реализовано именно соотношение (*б*), то условие импликации $P(x)$ не является достаточным, поскольку из его выполнения не следует истинность тезиса $Q(x)$. Не является $P(x)$ и необходимым условием: даже когда оно ложно, тезис $Q(x)$ может оказаться истинным.

**Пример**

Рассмотрим предложение «Настоящий христианин часто принимает Причастие». Перепишем его в виде импликации: «Если некто ($x$) — настоящий христианин, то он часто принимает Причастие».

Основание $P(x)$: «$x$ — христианин»; $P$ — множество христиан;

Тезис $Q(x)$: «$x$ — часто принимает Причастие»; $Q$ — множество людей, которые часто принимают Причастие.

$P \cap Q \neq \varnothing$: есть христиане, которые часто принимают Причастие. Но также есть и настоящие христиане, которые по той ли иной причине не часто подходят к Чаше. Например, почитаемая во всем мире святая, прп. Мария Египетская, причастилась лишь два раза в жизни. С другой стороны, некоторые люди христианами не являются, но дерзают подходить к Чаше.

Таким образом, истинность основания $P(x)$ не является достаточным условием истинности тезиса $Q(x)$. Не является истинность $P(x)$ и необходимым условием. Для некоторых людей высказывание «Настоящий христианин часто принимает Причастие» оказывается истинным, а для других — ложным. Такую ситуацию можно записать в виде формулы с квантором существования: $\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: «Некоторые из настоящих христиан часто принимают Причастие» — истинное высказывание.

## 7.2. Необходимость и достаточность основания

Осталось рассмотреть еще три наиболее важных соотношения между множествами истинности основания и тезиса импликации предикатов. Продолжим нумерацию соотношений, начатую в предыдущем пункте.

(*в*) (Рис. 7.4). В этом случае $P$ содержит в себе $Q$: $P \supseteq Q$. Любой элемент $x$, взятый вне $P$, обращает в ложное высказывание как основание $P(x)$, так и тезис $Q(x)$. Следовательно, для этого элемента $x$ в импликации $P(x) \Rightarrow Q(x)$ ложны как основание, так и тезис. Согласно табл. 6.1, такую импликацию считают истиной. На элементах, которые входят в $P$, но не принадлежат $Q$, импликация $P(x) \Rightarrow Q(x)$ имеет истинное основание, но ложный тезис. Такая импликация — ложь.

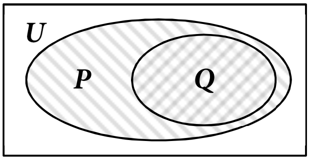



*Рис. 7.4.* Отношение между множествами истинности основания и тезиса $P \supseteq Q$

Если же брать элементы из $Q$, то истинными окажутся основание, тезис и вся импликация.

Таким образом, в данном случае ложность основания гарантирует ложность тезиса, но истинность основания такой гарантии не дает. Это означает, ***что P(x) является необходимым, но недостаточным основанием для тезиса Q(x).***

Будут истинными следующие высказывания с кванторами:

$$\forall x(\overline{P}(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)), \tag{7.7}$$

или на языке множеств:

$$\forall x(x \in \overline{P} \Rightarrow x \in \overline{Q}). \tag{7.8}$$

$$\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x)), \tag{7.9}$$

или на языке множеств:

$$\exists x(x \in P \wedge x \in Q). \tag{7.10}$$

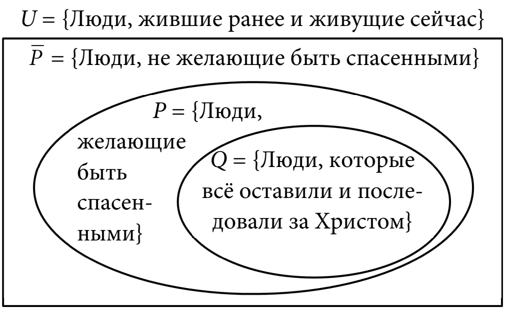
Читаем формулу (7.7): «При любом $x$, если не $P(x)$, то и не $Q(x)$».

Можно прочесть эту формулу по-другому: «Для любого $x$, $P(x)$ есть ***необходимое основание*** для $Q(x)$».

(7.8): «Для любого $x$ справедливо: если $x$ не принадлежит $P$, то тем более не принадлежит $Q$».

Формулы (7.9) и (7.10) совпадают с формулами (7.5) и (7.6).

**Пример**




Рассмотрим предложение «Если ты желаешь быть спасенным, оставь все и следуй за Христом». Перепишем его в виде импликации: «Если некто ($x$) желает быть спасенным, то он все оставляет и следует за Христом».

Основание $P(x)$: «$x$ желает быть спасенным»; $P$ — множество людей, желающих быть спасенными.

Тезис $Q(x)$: «$x$ все оставляет и следует за Христом»; $Q$ — множество людей, которые все оставили и следуют за Христом.

$P \supseteq Q$: люди, которые все оставляли, чтобы следовать за Христом, конечно, желали и надеялись на спасение. Но среди людей, желавших спасения, были и есть люди, не способные на такой подвиг. В то же время, если человек ***сам не думает*** о спасении, ***не желает*** спасения, то, конечно же, он не будет следовать за Христом, оставив все.

Истинны формулы:

$\forall x(\overline{P}(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$: «Каков бы ни был человек, если он не ищет спасения, то он не будет оставлять мир, чтобы идти за Христом». Можно прочитать это предложение, используя слово «необходимо»: «Для любого человека желать и искать спасения есть необходимое условие того, чтобы оставив все, он последовал за Христом».

$\exists x(x \in P \wedge x \in Q)$: «Есть такие люди, которые в жажде спасения оставляют все и следуют за Христом».

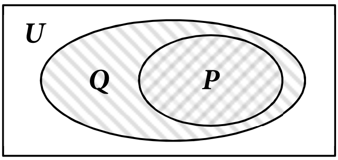



*Рис. 7.5.* Отношение между множествами истинности основания и тезиса $P \subseteq Q$

(*г*) (Рис. 7.5) В этом случае $P$ содержится внутри $Q$: $P \subseteq Q$. Любой элемент $x$ из множества $P$ обращает в истинное высказывание не только само основание, но и тезис $Q(x)$. Следовательно, для этого элемента $x$ в импликации $P(x) \Rightarrow Q(x)$ истинны как основание и тезис, так и вся импликация.

Взяв элемент $x$ вне $P$ ($x \notin P$, $P(x)$ — ложь), можно обратить тезис $Q(x)$ как в истинное высказывание ($x \in Q$), так и в ложное ($x \notin Q$). Оба эти варианта дают истинную импликацию, поскольку основание ее ложно.

Таким образом, в данном случае истинность основания гарантирует истинность тезиса, но и при ложном основании тезис может оказаться истинным. Это означает, ***что основание P(x) является достаточным для тезиса Q(x), но необходимым оно не является***. При достаточном основании импликация истинна на любом элементе универсума.

Будут истинными высказывания с кванторами:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)), \tag{7.11}$$

или на языке множеств:

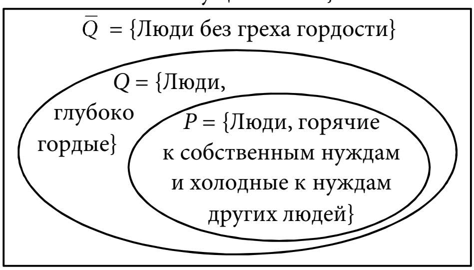
$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q). \tag{7.12}$$

Читаем формулу (7.11): «При любом $x$, если $P(x)$, то и $Q(x)$».

Можно прочесть эту формулу по-другому: «Для любого $x$, $P(x)$ есть ***достаточное основание*** для $Q(x)$».

(7.12): «Для любого $x$ справедливо: если $x$ принадлежит $P$, то тем более он принадлежит $Q$».

$U$ = {Все люди, жившие ранее и живущие сейчас}




**Пример**

Рассмотрим предложение «Если ты горяч к собственным нуждам и холоден к нуждам других, то знай, что ты горд и горд глубоко»[85].

Перепишем предложение в виде импликации предикатов: «Если человек ($x$) горяч к собственным нуждам и холоден к нуждам других, то этот человек ($x$) горд и горд глубоко». Основание $P(x)$: «человек $x$ горяч к собственным нуждам и холоден к нуждам других»; $P$ — множество людей, горячих к собственным нуждам и холодных к нуждам других».

Тезис $Q(x)$: «человек $x$ горд и горд глубоко»; $Q$ — множество глубоко гордых людей.

$P \subseteq Q$: люди, горячие к собственным нуждам и холодные к нуждам других, конечно, страдают грехом гордости, но и отсутствие у человека порока, указанного в основании $P(x)$, не является признаком свободы от греха гордости[86].

---

85 *Савва (Остапенко), схиигум.* Семя сатаны (О гордости) // Помоги, Господи, изжить гордыню / сост. игум. Митрофан (Гудков). М.: Сибирская Благозвонница, 2012. С. 13.

86 *Савва (Остапенко), схиигум.* Семя сатаны (О гордости). С. 13.

Истинны формулы:

$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: «О любом человеке справедливо сказать: его горячность к собственным нуждам и холодность к нуждам других есть достаточный признак греха гордости».

$\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$: «Любой человек, если он горяч к собственным нуждам и холоден к нуждам других, то он страдает грехом гордости».

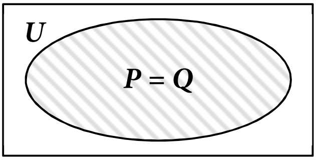



*Рис. 7.6.* Отношение между множествами истинности основания и тезиса $P = Q$

(*д*) (Рис. 7.6). Здесь $P = Q$. По-другому это можно записать как $P \supseteq Q \wedge Q \subseteq P$ (множество $P$ включает в себя $Q$, но и само $Q$ также включено в множество $P$).

Из формулы $P \supseteq Q$ следует, что основание $P(x)$ является необходимым (см. случай (*в*)) условием для выполнения тезиса $Q(x)$, а формула $P \subseteq Q$ свидетельствует и о его достаточности (см. случай (*г*)).

Итак, если $P = Q$, то условие импликации $P(x) \Rightarrow Q(x)$ является ***необходимым и достаточным основанием*** ее тезиса. В этом случае для любого $x$ из универсума $U$ истинна эквиваленция $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$.

Истинные высказывания с кванторами:

$$\forall x(P(x) \Leftrightarrow Q(x)), \tag{7.13}$$

или на языке множеств:

$$\forall x(x \in P \Leftrightarrow x \in Q). \tag{7.14}$$

Читаем формулу (7.13): «При любом $x$, $Q(x)$ тогда и только тогда, когда $P(x)$».

Можно прочесть эту формулу по-другому: «Для любого $x$, $P(x)$ есть ***необходимое и достаточное основание*** для $Q(x)$».

(7.14): «Для любого $x$ справедливо: $x$ принадлежит $P$ тогда и только тогда, когда он принадлежит $Q$».

Поскольку эквиваленция — перестановочная операция (см. табл. 6.4), основание и тезис эквивалентны:

$$\forall x(P(x) \Leftrightarrow Q(x)) \wedge \forall x(Q(x) \Leftrightarrow P(x)).$$

Определить, какой из предикатов $P(x)$ или $Q(x)$ является тезисом, а какой — основанием тезиса, в данном случае можно только из контекста.

**Пример**

Высказывание аввы Пимена: «Если будешь соблюдать молчание, то найдешь покой везде, где бы ты ни жил»[87].

Основание $P(x)$: «Человек соблюдает молчание в том месте, где он живет (в месте $x$)»; $P$ — множество мест молчания человека.

Тезис $Q(x)$: «Человек найдет покой в том месте, где он живет (месте $x$)»; $Q$ — множество мест покоя человека.

По мнению аввы Пимена, $P = Q$.

Истинна формула:

$\forall x(P(x) \Leftrightarrow Q(x))$: «В любом месте, где живет человек, он находит в этом месте покой тогда и только тогда, когда он соблюдает в нем молчание».

С точки зрения формальной логики, истинна и формула с обратной эквиваленцией:

$\forall x(Q(x) \Leftrightarrow P(x))$: «В любом месте, где живет человек, он соблюдает в нем молчание тогда и только тогда, когда находит в этом месте покой».

Однако, с точки зрения семантики, истинность последнего высказывания сомнительна.

Перейдем к формулам с множествами $P$ и $Q$:

$\forall x(x \in P \Leftrightarrow x \in Q)$: «Любое место есть место покоя человека в том, и только в том случае, если оно есть место его молчания».

$\forall x(x \in Q \Leftrightarrow x \in P)$: «Любое место есть место молчания человека в том, и только в том случае, если оно есть место его покоя».

## Вопросы и задания для самопроверки[88]

1. Представьте следующее условное предложение в виде логического произведения и логической суммы:

«Если вселенная в целом — система законов физики — произвела нечто не столь очевидное с физической точки зрения, означает ли это, что в этом контексте нужно говорить о некоем высшем Разуме».

«Если говорить, что сознание — это иллюзия, необходимо определить, чем отличается иллюзия от истинного восприятия».

2. Сделайте следующее предложение условным:

«В шахматах никто не нарушает правил игры, но правила не определяют ход игры».

---

87 Цит. по: *Игнатий (Брянчанинов), свт.* Отечник. М.: Сибирская Благозвонница, 2010. С. 465.

88 См.: Главный атеист Р. Докинз против архиепископа Р. Уильямса — диспут о Боге и эволюции. URL: http://www.pravmir.ru/ateist-dokinz-disput-wiliams/ (дата обращения: 30.08.2016).

# 8. СИЛЛОГИЗМЫ

## 8.1. Определение силлогизма

В логике различают понятия «***суждение***» и «***высказывание***». Они близки по смыслу, но считать их синонимами нельзя. Суждение — это мысль, заключенная в высказывании, семантика высказывания или формула логики. Ранее мы использовали в основном термин «высказывание», но рассматривая теорию силлогизмов, следуя традиции[89], будем применять термин «суждение».

Главная задача формальной логики — сформулировать правила, с помощью которых из известных, простых суждений — посылок, можно сформулировать новое суждение — заключение, несущее в себе ***новое знание***. При этом истинность посылок должна быть ***очевидной*** (см. п. 4.1), а истинность заключения — обеспечена формой рассуждения. Последовательность суждений, ведущая от посылок к заключению, называется ***умозаключением***.

*Силлогизм есть такая форма умозаключения, в которой из нескольких суждений — **посылок, необходимо** вытекает новое суждение — **заключение**.*

Если силлогизм содержит две посылки, его называют ***простым***, если более двух посылок — ***сложным***[90].

Учение о силлогизме разработано Аристотелем. В настоящее время теория силлогизма формализована и является частью математической логики.

Наверное, самым известным силлогизмом, вошедшим во все учебники логики, является суждение

$$\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все люди смертны}\\ \text{Сократ — человек}\end{array}}{\text{Следовательно, Сократ смертен}}\right).$$

Здесь суждения $A_1$: «Все люди смертны» и $A_2$: «Сократ — человек» есть посылки силлогизма, $A_3$: «Сократ смертен» —

---

89 См., напр.: *Челпанов Г. И.* Учебник логики. URL: http://royallib.com/book/chelpanov_georgiy/uchebnik_logiki.html (дата обращения: 30.08.2016).

90 *Светлов В. А.* Современная логика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2006. С. 123–145.

его заключение. Термин «следовательно» при записи силлогизмов обычно заменяется знаком «$\therefore$». Если считать посылки силлогизма ***очевидно*** истинными высказываниями[91], то следует признать истинным и заключение силлогизма.

Посылки и заключение силлогизма строятся как категорические высказывания. Чтобы построить простой силлогизм, необходимо иметь две посылки, т. е. два частноутвердительных, частноотрицательных, общеутвердительных или общеотрицательных суждения, каждое из которых содержит два предиката[92].

## 8.2. Категорические суждения *A*, *E*, *I*, *O*

Пусть $U$ — универсальное множество (универсум), $P(x)$ и $Q(x)$ — предикаты, заданные на множестве $U$. Их множества истинности — $P$ и $Q$, множества ложности — $\overline{P}$ и $\overline{Q}$. Как было отмечено ранее, любой предикат $P(x)$ всегда можно заменить предикатом «$x \in P$» ($x$ принадлежит $P$, где $P$ — множество истинности $P(x)$).

В формальной логике рассматривают следующие категорические суждения, участвующие в формулировках силлогизмов[93]:

1. Общеутвердительные $A = A(P, Q)$[94]:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)),$$

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q).$$

2. Общеотрицательные $E = E(P, Q)$:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)),$$

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \in \overline{Q}).$$

---

[91] В рамках христианской антропологии по поводу первой посылки вполне возможна дискуссия.

[92] При изучении силлогизмов потребуются формулы из прил. 2. Для облегчения восприятия текста данного параграфа запишите эти формулы в таблицу и имейте ее перед собой.

[93] В теории силлогизмов суждения имеют специальные обозначения — имена: $A$, $E$, $I$, $O$.

[94] Символы $A(P, Q)$, $E(P, Q)$, $I(P, Q)$, $O(P, Q)$ означают, что соответствующие суждения содержат предикаты $P(x)$ и $Q(x)$. К примеру, символ $E(S, H)$ будет означать, что суждение $E$ содержит предикаты, обозначенные буквами «$S$» и «$H$».

3. Частноутвердительные $I = I(P, Q)$:

$$\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x)),$$

$$\exists x(x \in P \Rightarrow x \in Q).$$

4. Частноотрицательные $O = O(P, Q)$:

$$\exists x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)),$$

$$\exists x(x \in P \Rightarrow x \in \overline{Q}).$$

Рассмотрим каждое из этих четырех суждений.

1. Общеутвердительное суждение $A = A(P, Q)$

$$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)),$$

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q).$$

Используя закон отрицания отрицания (см. прил. 1), а также равенство, преобразующее отрицание импликации в логическое произведение (см. прил. 2), запишем импликации $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ и $\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$ в другой форме:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x)) = \forall x(\overline{\overline{P(x) \Rightarrow Q(x)}}) = \forall x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)}), \qquad (8.1)$$

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q) = \forall x(\overline{x \in P \wedge x \in \overline{Q}}). \qquad (8.2)$$

Прочитаем символьные записи:

$A = A(P, Q)$: «суждение $A$ есть общеутвердительное суждение, содержащее предикаты $P(x)$ и $Q(x)$»;

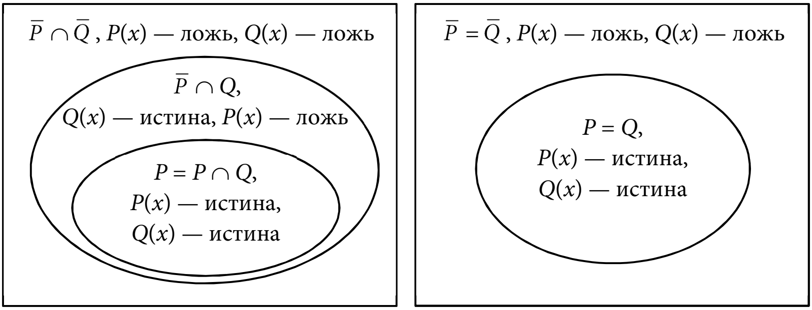
(1) $A(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: «для любого $x$ справедливо: если $P(x)$ — истина, то $Q(x)$ — тоже истина»;

(2) $A(P, Q) = \forall x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)})$: «нет такого $x$, для которого — $P(x)$ истина, а $Q(x)$ — ложь»;

(3) $A(P, Q) = \forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$: «для любого $x$ справедливо: если $x$ принадлежит множеству $P$, то он принадлежит также и множеству $Q$»;

(4) $A(P, Q) = \forall x(\overline{x \in P \wedge x \notin Q})$: «нет таких $x$, которые принадлежали бы $P$ и не принадлежали $Q$».

Суждение $\forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$ будет истинно тогда и только тогда, когда $P(x)$ является достаточным основанием тезиса $Q(x)$. Каждый элемент множества $P$ в этом случае есть также и элемент $Q$, т. е. $P$ — подмножество $Q$. Это же условие необходимо и достаточно для истинности всех суждений (1) — (4).




*а)* *б)*

*Рис. 8.1.* Условие истинности общеутвердительного суждения $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: а) $P$ есть подмножество $Q$; $Q$ содержит элементы, не принадлежащие $P$; б) $P = Q$.

Итак, для того, чтобы категорическое суждение $A(P, Q)$ в любой из форм (1) — (4) было истинным, необходимо и достаточно, чтобы множества истинности $P$ и $Q$ находились в каком-либо из соотношений, указанных на рис. 8.1.

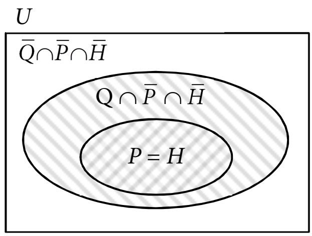
**Пример**

$U$ — множество живых (в настоящее время) тварей Божьих;

$P(x)$: «Эта тварь Божья ($x$) есть живой человек», $P$ — множество живых людей;

$Q(x)$: «Эта тварь Божья ($x$) имеет тело», $Q$ — множество живых созданий Божьих, имеющих тело (люди, звери, птицы и пр.);

$H(x)$: «Эта тварь Божья ($x$) имеет душу бессмертную»[95], $H$ — множество Божьих тварей, имеющих душу бессмертную.




Будем считать, что сколько людей, столько и душ, т. е. $P = H$.

На рисунке показаны соотношения между множествами $P$, $Q$ и $H$: $P \subset Q$; $H \subset Q$.

Истинные суждения записаны в таблице.

[95] «Во всем космосе творения нет другой такой сущности, как душа. Она уникальна» — пишет свящ. Андрей Лоргус в одной из своих лекций. URL: http://azbyka.ru/hristianstvo/chelovek/lorgus_pravoslavnaya_antropologiya_07-all.shtml (дата обращения: 30.08.2016).

| **Формула** $A(P, Q)$ | **Полная формулировка суждения** | **Сокращенная формулировка суждения** |
|---|---|---|
| $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ | О любой Божьей твари можно сказать: если эта тварь — человек, то она имеет тело | Каждый человек имеет тело |
| $\forall x(\overline{P(x) \wedge \bar{Q}(x)})$ | О любой Божьей твари можно сказать: неверно, что эта тварь — человек, но тела не имеет | Нет человека, который не имел бы тела |
| $\forall x(P(x) \Rightarrow H(x))$ | О любой Божьей твари можно сказать: если эта тварь человек, то она имеет душу бессмертную | Каждый человек имеет душу бессмертную |
| $\forall x(\overline{P(x) \wedge \bar{H}(x)})$ | О любой Божьей твари можно сказать: неверно, что эта тварь — человек, но не имеет бессмертной души | Нет человека, который не имел бы бессмертной души |
| $\forall x(\overline{H(x) \wedge \bar{P}(x)})$ | О любой Божьей твари можно сказать: неверно, что эта тварь имеет бессмертную душу, но не является человеком | Нет твари Божьей, кроме человека, которая имела бы душу бессмертную |
| $\forall x(H(x) \Rightarrow Q(x))$ | О любой Божьей твари можно сказать: если эта живая тварь имеет бессмертную душу, то она имеет тело | Любая Божья тварь, имеющая душу, имеет также и тело |
| $\forall x(\overline{H(x) \wedge \bar{Q}(x)})$ | О любой живой Божьей твари можно сказать: неверно, что эта тварь имеет душу, но тела не имеет | Нет живых тварей, которые имеют душу, но не имеют тела |

Примечание 1. Напомним, что если заменить квантор всеобщности ($\forall$) квантором существования ($\exists$), то истинное высказывание останется истинным. Так, истинными будут суждения $\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ — «Есть люди, имеющие тело»; $\exists x(P(x) \Rightarrow H(x))$ — «Есть люди, имеющие бессмертную душу»; $\exists x(H(x) \Rightarrow P(x))$ — «Некоторые из тварей Божиих, имеющих душу бессмертную, являются людьми».

Примечание 2. Возможен вырожденный случай истинности суждения $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$. Это случай, когда условие $P(x)$ имеет пустое множество истинности: $P = \varnothing$. Другими словами, суждение $\forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ истинно даже в том случае, когда в выбранном универсуме $U$ нет объектов, которые обращают $P(x)$ в истинное высказывание. Например, «Любое зеленое растение, не имеющее хлорофилла, отлично растет на Марсе». Несмотря на сомнительное содержание этого суждения, его следует признать истинным, т. к. условие $P(x)$: «некое зеленое растение не имеет хлорофилла», ложно, а из лжи может следовать все, что угодно.

2. Общеотрицательное суждение $E = E(P, Q)$

$$\forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)),$$

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \notin Q).$$

Используя правила, указанные выше, получим равенства:

$$\forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)) = \forall x(\overline{P(x) \wedge Q(x)}), \qquad (8.3)$$

$$\forall x(x \in P \Rightarrow x \notin Q) = \forall x(\overline{x \in P \wedge x \in Q}). \qquad (8.4)$$

Прочитаем символьные записи:

$E = E(P, Q)$: «суждение $E$ есть общеотрицательное суждение, содержащее предикаты $P$ и $Q$»;

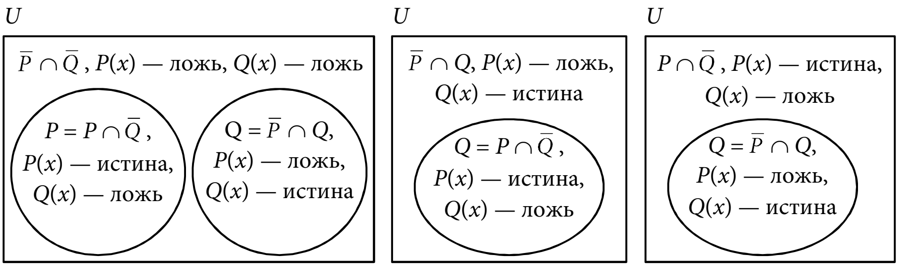
(1) $E(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$: «для любого $x$ справедливо: если $P(x)$ — истина, то $Q(x)$ — ложь»;

(2) $E(P, Q) = \forall x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$: «нет такого $x$, для которого $P(x)$ — истина и $Q(x)$ — тоже истина»;

(3) $E(P, Q) = \forall x(x \in P \Rightarrow x \notin Q)$: «для любого $x$ справедливо: если $x$ — элемент множества $P$, то он не принадлежит множеству $Q$»;

(4) $E(P, Q) = \forall x(\overline{x \in P \wedge x \in Q})$: «нет такого $x$, который принадлежал бы как множеству $P$, так и множеству $Q$».

Суждение $\forall x(\overline{x \in P \wedge x \in Q})$ будет истинно тогда и только тогда, когда ни один элемент $P$ не является элементом $Q$. Другими словами, истинность данного суждения обеспечивается лишь в том случае, когда $P$ есть подмножество $\overline{Q}$. Это условие является необходимым и достаточным для истинности всех суждений (1) — (4).




*а)* *б)* *в)*

*Рис. 8.2.* Условие истинности общеотрицательного суждения $\forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$:
*а)* $P$ и $Q$ не имеют общих элементов, $P \neq \overline{Q}$, $\overline{P} \neq Q$; *б)* $P = \overline{Q}$; *в)* $\overline{P} = Q$.

Итак, для того чтобы категорическое суждение $E(P, Q)$ в любой из форм (1) — (4) было истинным, необходимо и достаточно, чтобы множества истинности $P$ и $Q$ находились в каком-либо из соотношений, указанных на рис. 8.2.

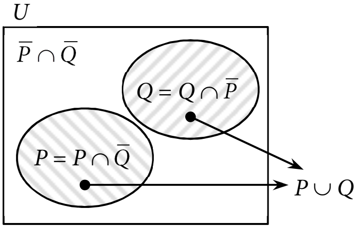
**Пример**

Рассмотрим высказывание Э. Фромма[96]: «Если человечество способно накормить всех, ему не нужно молиться о хлебе насущном».

$U$ — множество людей;

$P(x)$: «Человек $(x)$ сыт», $P$ — множество сытых людей;

$Q(x)$: «Человеку $(x)$ надо молиться о хлебе насущном», $Q$ — множество людей, молящихся о хлебе насущном.




На рисунке показаны соотношениями между множествами $P$ и $Q$:

$$P \cap Q = \varnothing;$$

$$P \cup Q \neq U.$$

Истинное суждение (с точки зрения Э. Фромма):

$$E(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)) .$$

*Полная формулировка*: «Про любого человека можно сказать, если он сыт, то ему не надо молиться о хлебе насущном».

Сокращенная формулировка: «Любому сытому не надо молиться о хлебе насущном».

### 3. Частноутвердительное суждение $I = I(P, Q)$

$$\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x)),$$

$$\exists x(x \in P \Rightarrow x \in Q).$$

Эквивалентные формулы:

$$\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x)) = \exists x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)}), \tag{8.5}$$

$$\exists x(x \in P \Rightarrow x \in Q) = \exists x(\overline{x \in P \wedge x \notin Q}). \tag{8.6}$$

Прочитаем символьные записи:

$I = I(P, Q)$: «суждение $I$ есть категорическое суждение, содержащее предикаты $P$ и $Q$»;

---

96 *Фромм Э.* Психоанализ и религия // Сумерки богов. М.: Изд-во полит. лит., 1989. С. 211.

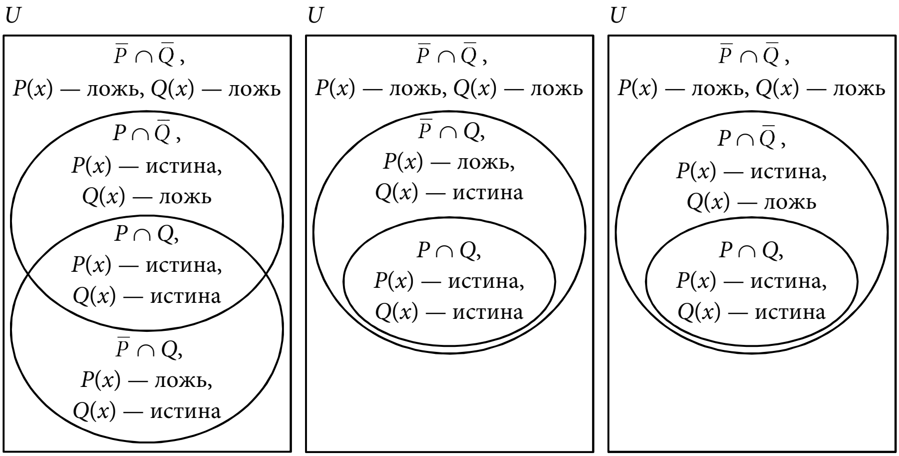
(1) $I(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: «найдутся такие элементы $x$, для которых справедливо: если $P(x)$ — истина, то $Q(x)$ — тоже истина»;

(2) $I(P, Q) = \exists x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)})$: «найдутся элементы $x$, для которых будет неверно, что $P(x)$ — истина, а $Q(x)$ — ложь»;

(3) $I(P, Q) = \exists x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$: «найдутся такие элементы $x$, для которых справедливо: если $x$ принадлежит множеству $P$, то он принадлежит также и множеству $Q$»;

(4) $I(P, Q) = \exists x(\overline{x \in P \wedge x \notin Q})$: «найдутся такие элементы $x$, для которых будет неверно, что они принадлежат $P$ и не принадлежат $Q$».

Суждение $\exists x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$: будет истинно тогда и только тогда, когда множества $P$ и $Q$ имеют общие элементы (рис. 8.3 (*а*, *б*, *в*)). Это же условие необходимо и достаточно для истинности всех суждений (1) — (4).



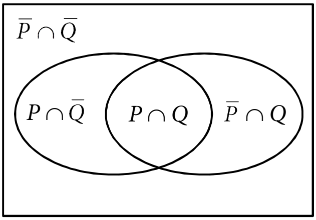

*а)* *б)* *в)*

*Рис. 8.3.* Условие истинности частноотрицательного суждения $\exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$: *а)* $P$ и $Q$ имеют как общие, так и различные элементы; *б)* $P \subseteq Q$; *в)* $Q \subseteq P$.

Итак, для того, чтобы категорическое суждение $I(P, Q)$, в любой из форм (1) — (4), было истинным, необходимо и достаточно, чтобы множества истинности $P$ и $Q$ находились в каком-либо из соотношений, указанных на рис. 8.3.

**Пример**

$U$




$U$ — множество людей;

$P(x)$: «Человек ($x$) православный», $P$ — множество православных;

$Q(x)$: «Человек ($x$) суеверен», $Q$ — множество суеверных людей.

На рисунке показаны соотношениями между множествами $P$ и $Q$:

$$P \cap Q \neq \varnothing; P \not\subseteq Q; P \not\supseteq Q.$$

Истинное суждение: $I(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$.

Полная формулировка: «Есть люди, о которых можно сказать: их Православие является причиной суеверия».

Краткая формулировка: «Некоторые православные суеверны».

### 4. Частноотрицательное суждение $O = O(P, Q)$

$$\exists x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)),$$

$$\exists x(x \in P \Rightarrow x \notin Q).$$

Эквивалентные формулы:

$$\exists x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x)) = \exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)}), \quad (8.7)$$

$$\exists x(x \in P \Rightarrow x \notin Q) = \exists x(\overline{x \in P \wedge x \in Q}). \quad (8.8)$$

Прочитаем символьные записи:

$O = O(P, Q)$ — «суждение $O$ есть категорическое суждение, содержащее предикаты $P$ и $Q$»;

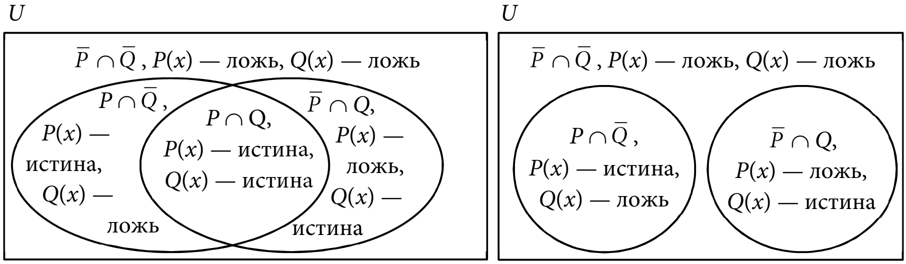
(1) $O(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$: «найдутся такие элементы $x$, для которых справедливо: если $P(x)$ — истина, то $Q(x)$ — ложь»;

(2) $O(P, Q) = \exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$: «для некоторых элементов $x$ будет неверным утверждение, что оба предиката $P(x)$ и $Q(x)$ истинны»;

(3) $O(P, Q) = \exists x(x \in P \Rightarrow x \notin Q)$: «найдутся такие элементы $x$, для которых справедливо: если они принадлежат множеству $P$, то множеству $Q$ они не принадлежат»;

(4) $O(P, Q) = \exists x(\overline{x \in P \wedge x \in Q})$: «для некоторых элементов $x$ неверно, что они являются общими элементами множеств $P$ и $Q$».

Утверждение $\exists x(x \in P \Rightarrow x \notin Q)$ означает, что универсум содержит элементы, не являющиеся общими для множеств $P$ и $Q$ (рис. 8.4).




*а)* *б)*

*Рис. 8.4.* Условие истинности частноотрицательного суждения $\exists x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$ :
*а)* $P$ и $Q$ имеют как общие, так и различные элементы; *б)* $P \cap Q = \varnothing$

Суждение $\exists x(x \in P \Rightarrow x \notin Q)$ будет истинно тогда и только тогда, когда множества $P$ и $Q$ имеют различные элементы (см. рис. 8.4). Это же условие необходимо и достаточно для истинности всех суждений (1) — (4).

Итак, для того, чтобы категорическое суждение $O(P, Q)$ в любой из форм (1) — (4) было истинным, необходимо и достаточно, чтобы множества истинности $P$ и $Q$ находились в каком-либо из соотношений, указанных на рис. 8.4.

**Пример**

Наряду с истинным суждением (см. предыдущий пример) $I(P, Q) = \exists x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)})$ : «некоторые православные суеверны», будет истинно и суждение $O(P, Q) = \exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$ : «некоторые православные не суеверны».

Выводы

1. Истинность категорических суждений $A$, $E$, $I$, $O$ определяется соотношением множеств $P$ и $Q$ (множеств истинности предикатов, входящих в эти суждения).

2. Соотношения между множествами $P$ и $Q$, обеспечивающих истинность суждений $A$, $E$, $I$, $O$, представлены в прил. 3.

3. Если формулировки предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ имеют вид

$P(x)$: «$x$ есть (имеет) $P$»,

$Q(x)$: «$x$ есть (имеет) $Q$»,

то допустимы краткие формулировки суждений (табл. 8.1).

Таблица 8.1

*Полная и краткая формулировка суждений A, E, I, O*

| Символьная запись суждения | Полная формулировка | Краткая формулировка |
|---|---|---|
| $A(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ | Для любого $x$ справедливо: если $P(x)$, то $Q(x)$ | Любой $P$ есть (имеет) $Q$ |
| $E(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow \bar{Q}(x))$ | Для любого $x$ справедливо: если $P(x)$, то не $Q(x)$ | Ни один $x$ не есть (не имеет) $Q$ |
| $I(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ | Найдутся $x$, для которых справедливо: если $P(x)$, то $Q(x)$ | Некоторые $P$ есть (имеют) $Q$ |
| $O(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow \bar{Q}(x))$ | Найдутся $x$, для которых справедливо: если $P(x)$, то не $Q(x)$ | Некоторые $P$ не есть (не имеют) $Q$ |

## 8.3. Фигуры и модусы простых силлогизмов

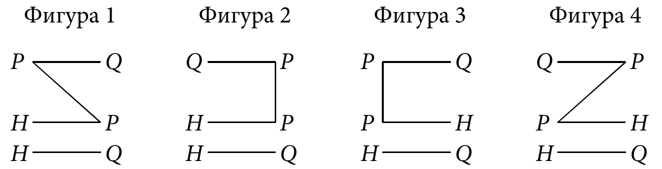
Как отмечено ранее, чтобы построить силлогизм, необходимо иметь две посылки, т. е. два категорических суждения, каждое из которых содержит два предиката. Один из предикатов, содержащихся в посылках, общий, т. е. входит и в первую, и во вторую посылку. Два других различны. Эти различные предикаты входят в обе посылки и в заключение.

Итак, пусть имеем три предиката $P(x)$, $Q(x)$ и $H(x)$, которые позволят нам получить новое знание путем составления силлогизма. Прежде всего, необходимо, чтобы все три предиката были определены на одном универсуме ($x \in U$). Очевидно, что без этого условия никакого умозаключения не составить: в посылках будет сказано об одном, в заключении о другом, и в результате все окажется неверным.

Пусть в первую посылку входят предикаты $P(x)$ и $Q(x)$, во вторую — $P(x)$ и $H(x)$, тогда заключение должно содержать предикаты $Q(x)$ и $H(x)$.

Внимание! Необходимо помнить, что предикаты в умозаключениях неперестановочны, т. е. $(P, Q) \neq (Q, P)$. В самом деле, например, выше было рассмотрено ***очевидно истинное*** суждение $A(P, Q)$: «каждый человек имеет тело», но суждение $A(Q, P)$: «всякий, кто имеет тело, есть человек» является ***очевидно ложным***.

Таким образом, учитывая, что перестановка предикатов в умозаключении меняет его значение и смысл, а также, что в силлогизм входят три различных предиката, получаем следующие четыре возможные схемы силлогизмов, которые называют ***фигурами силлогизмов***[97] и записывают в виде геометрических и логических схем (рис. 8.5).




$$\left(\frac{\begin{matrix}(P,Q)\\(H,P)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)\quad\left(\frac{\begin{matrix}(Q,P)\\(H,P)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)\quad\left(\frac{\begin{matrix}(P,Q)\\(P,H)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)\quad\left(\frac{\begin{matrix}(Q,P)\\(P,H)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)$$

*Рис. 8.5.* Фигуры силлогизмов: геометрические и логические схемы

Подставляя в логические схемы обозначения суждений $A$, $E$, $I$ или $O$, получим конкретный силлогизм.

**Примеры**

1. Подставим $A$ в каждую строку логической схемы фигуры 1. Получим суждение

$$\left(\frac{\begin{matrix}A(P,Q)\\A(H,P)\end{matrix}}{\therefore A(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{matrix}\text{Все } P \text{ есть } Q\\\text{Все } H \text{ есть } P\end{matrix}}{\text{Следовательно, все } H \text{ есть } Q}\right).$$

2. Подставим в логическую схему фигуры 1 тройку символов $E$, $I$, $O$. Получим суждение

$$\left(\frac{\begin{matrix}E(P,Q)\\I(H,P)\end{matrix}}{\therefore O(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{matrix}\text{Ни один } P \text{ не есть } Q\\\text{Найдутся } H\text{, которые есть } P\end{matrix}}{\text{Следовательно, некоторые } H \text{ не есть } Q}\right).$$

3. Подставим тройку символов $I$, $A$, $I$ в логическую схему фигуры 3. Получим суждение

$$\left(\frac{\begin{matrix}I(P,Q)\\A(P,H)\end{matrix}}{\therefore I(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{matrix}\text{Найдутся } P\text{, которые есть } Q\\\text{Все } P \text{ есть } H\end{matrix}}{\text{Следовательно, некоторые } H \text{ есть } Q}\right).$$

Итак, в каждую строку логической схемы любой из четырех фигур можно подставить любой из символов $A$, $E$, $I$ или $O$. Легко подсчитать, что такие подстановки дают 64 варианта силлогизмов для каждой схемы. Значит, всего существует $64 \times 4 = 256$ различных вариантов

---

[97] Четыре фигуры силлогизмов известны со времен Аристотеля.

силлогизмов. Однако большинство этих вариантов не дают нового знания или дублируют друг друга по смыслу.

Исторически сложилось, что из 256 используются лишь 19 вариантов силлогизмов, которые действительно важны как формулы дедуктивного доказательства. Тройки букв, которые подставляют в логическую схему, называют ***модусами данной фигуры***.

В табл. 8.2 указаны модусы каждой фигуры силлогизма.

Таблица 8.2

*Фигуры и модусы силлогизмов*

| | **Фигура 1** | **Фигура 2** | **Фигура 3** | **Фигура 4** |
|---|---|---|---|---|
| **Логическая схема** | $\left(\frac{\begin{matrix}(P,Q)\\(H,P)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)$ | $\left(\frac{\begin{matrix}(Q,P)\\(H,P)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)$ | $\left(\frac{\begin{matrix}(P,Q)\\(P,H)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)$ | $\left(\frac{\begin{matrix}(Q,P)\\(P,H)\end{matrix}}{\therefore(H,Q)}\right)$ |
| **Модусы** | *AAA, EAE, AII, EIO* | *EAE, AEE, EIO, AOO* | *AAI, IAI, AII, EAO, OAO, EIO* | *AAI, AEE, IAI, EAO, EIO* |

Для запоминания модусов различных фигур силлогизма издавна используется стихотворение, написанное гекзаметром на латыни:

*bArbArA, cElArEnt, dArII, fErIOke* prioris,
*cEsArE, cAmEstrEs, fEstInO, bArOkO*, secundae,
tertia, *dArAptI, dIsAmIs, dAtIsI, fElAptOn, bOcArdO, fErIsOn* habet,
quarta insupper addit *brAmAntIp, cAmEnEs, dImArIs, fEsApO, frEsIsOn*.

Каждая строка стихотворения соответствует фигуре силлогизма, собственные имена (выделены курсивом) соответствуют модусам фигуры. Заглавные буквы в каждом имени составляют модус. В литературе и интернете чаще всего используются названия силлогизмов, взятые именно из этого стихотворения: *barbara*, *celarent*, ..., *fresison* (например, «силлогизм *barbara*», «силлогизм *felaption*» и пр.).

Приведем примеры различных видов силлогизма[98].

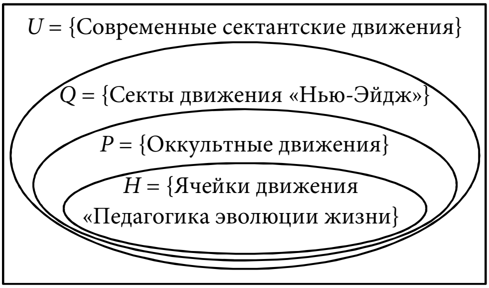
[98] Примеры 1–3 основаны на материалах кн.: *Дворкин А. Л.* Сектоведение. М.: Изд-во Братства во имя св. кн. Александра Невского, 2007. 816 с. Разбирая примеры, воспользуйтесь этой книгой или сайтом Информационно-консультационного центра Св. Иринея Лионского. URL: http://iriney.ru/ (дата обращения: 30.08.2016).

### Пример 1

Силлогизм *barbara* (*bArbArA* prioris, модус *AAA* фигуры 1):

$$\left(\frac{\begin{array}{c}A(P,Q)\\A(H,P)\end{array}}{\therefore A(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все } P \text{ есть } Q\\\text{Все } H \text{ есть } P\end{array}}{\text{Следовательно, все } H \text{ есть } Q}\right).$$

$A(P, Q)$ означает, что $P \subseteq Q$; $A(H, P)$ — $H \subseteq P$; $A(H, Q)$ — $H \subseteq Q$, где $P$, $Q$, и $H$ — множества истинности предикатов $P(x)$, $Q(x)$ и $H(x)$.




Пусть $U$ — множество современных сектантских движений.

$P(x)$: «$x$ — оккультные движения», $P$ — множество оккультных движений;

$Q(x)$: «$x$ — секты движения „Нью-Эйдж“», $Q$ — множество сект движения «Нью-Эйдж»;

$H(x)$: «$x$ — движение „Педагогика эволюции жизни“», $H$ — ячейки движения «Педагогика эволюции жизни».

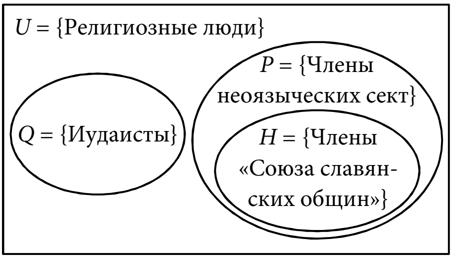
$$\left(\frac{\begin{array}{c}A(P,Q)\\A(H,P)\end{array}}{\therefore A(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все оккультные движения современности}\\\text{являются частью движения «Нью-Эйдж»}\\\text{Движение «Педагогика эволюции жизни» — оккультное движение}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{Следовательно, «Педагогика эволюции жизни»}\\\text{является одной из сект «Нью-Эйдж»}\end{array}}\right).$$

### Пример 2

Силлогизм *celarent* (*cElArEnt* prioris, модус *EAE* фигуры 1):

$$\left(\frac{\begin{array}{c}E(P,Q)\\A(H,P)\end{array}}{\therefore E(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Ни один } P \text{ не есть } Q\\\text{Все } H \text{ есть } P\end{array}}{\text{Следовательно, ни один } H \text{ не есть } Q}\right).$$

$E(P, Q)$ означает, что $P \cap Q = \varnothing$ (см. табл. 8.1); $A(H, P)$ — $H \subseteq P$; $E(H, Q)$ — $H \cap Q = \varnothing$, где $P$, $Q$, и $H$ — множества истинности предикатов $P(x)$, $Q(x)$ и $H(x)$.




Пусть $U$ — множество религиозных людей.

$P(x)$: «$x$ — член неоязыческих сект», $P$ — множество сектантов-неоязычников;

$Q(x)$: «$x$ — иудаист», $Q$ — множество иудаистов;

$H(x)$: «$x$ — член „Союза славянских общин“», $H$ — множество членов секты «Союз славянских общин».

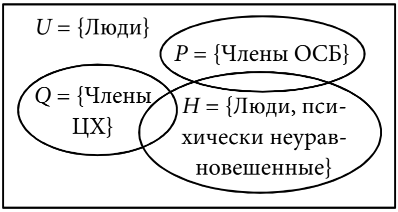
Соотношения между множествами *P*, *Q*, *H*:

$$\left(\begin{array}{c} P\cap Q=\varnothing \\ H\subset P \\ \hline \therefore H\cap Q=\varnothing \end{array}\right),$$

$$\left(\begin{array}{c} E(P,Q) \\ A(H,P) \\ \hline \therefore E(H,Q) \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c} \text{Ни один неоязычник не является иудаистом} \\ \text{«Союз славянских общин» — неоязыческая секта} \\ \hline \text{Следовательно, никто, входящий в «Союз славянских общин»,} \\ \text{не исповедует иудаизм} \end{array}\right).$$

## Пример 3

Силлогизм *ferison* (*fErIsOn* tertia, модус *EIO* третьей фигуры):




$$\left(\begin{array}{c} E(P,Q) \\ I(P,H) \\ \hline \therefore O(H,Q) \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c} \text{Ни один } P \text{ не есть } Q \\ \text{Некоторые } P \text{ есть } H \\ \hline \text{Некоторые } H \text{ не есть } Q \end{array}\right).$$

$E(P, Q)$ означает, что $P \cap Q = \varnothing$ (см. табл. 8.1); $I(H, P)$ — $H \cap P \neq \varnothing$; $O(H, Q)$ — $H \cap \overline{Q} \neq \varnothing$, где *P*, *Q*, и *H* — множества истинности предикатов $P(x)$, $Q(x)$ и $H(x)$.

Пусть *U* — множество людей.

$P(x)$: «человек *x* — член секты „Общество Сторожевой башни“ (ОСБ) », *P* — множество членов ОСБ;

$Q(x)$: «человек *x* — член секты „Церковь Христа“ (ЦХ)», *Q* — множество членов ЦХ;

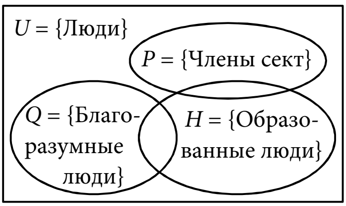
$H(x)$: «человек *x* психически неуравновешен», *H* — множество психически неуравновешенных людей.

$$\left(\begin{array}{c} E(P,Q) \\ I(P,H) \\ \hline \therefore O(H,Q) \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c} \text{Ни один член секты ОСБ не входит в ЦХ} \\ \text{Некоторые члены секты ОСБ психически неуравновешены} \\ \hline \text{Следовательно, не все психически неуравновешенные люди} \\ \text{есть члены секты ЦХ} \end{array}\right).$$

## Пример 4

Силлогизм *festino* (*fEstInO* secundae, модус *EIO* второй фигуры):

$$\left(\begin{array}{c} E(Q,P) \\ I(H,P) \\ \hline \therefore O(H,Q) \end{array}\right)=\left(\begin{array}{c} \text{Ни один } Q \text{ не есть } P \\ \text{Некоторые } H \text{ есть } P \\ \hline \text{Следовательно, некоторые } H \text{ не есть } Q \end{array}\right).$$




$E(P, Q)$ означает, что $P \cap Q = \varnothing$ (см. табл. 8.1); $I(H, P)$ — $H \cap P \neq \varnothing$; $O(H, Q)$ — $H \cap \overline{Q} \neq \varnothing$, где *P*, *Q* и *H* — множества истинности предикатов $P(x)$, $Q(x)$ и $H(x)$.

Пусть *U* — множество людей.

$P(x)$: «человек *x* — сектант», *P* — множество сектантов;

$Q(x)$: «человек $x$ благоразумен», $Q$ — множество благоразумных людей;
$H(x)$: «человек $x$ образован», $H$ — множество образованных людей.

$$\left(\frac{\begin{matrix}E(Q,P)\\ I(H,P)\end{matrix}}{\therefore O(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{matrix}\text{Ни один благоразумный человек не станет членом секты}\\ \text{Некоторые образованные люди — сектанты}\end{matrix}}{\text{Следовательно, некоторые образованные люди неблагоразумны}}\right).$$

## 8.4. Другие формы силлогизмов

Кроме «аристотелевских» силлогизмов, рассмотренных в п. 8.3, часто используются другие формы умозаключений, иногда также называемые силлогизмами[99]. Из большого количества всевозможных силлогизмов, рассмотренных в указанном источнике, остановимся на так называемых ***дилеммах***.

Дилеммами называются умозаключения, посылки которых содержат одну или несколько сумм предикатов. Напомним, что множеством истинности суммы предикатов является объединение множеств (см. выводы в п. 5.2). Вот почему в формулы дилемм обязательно входят объединения множеств.

Дилеммы делятся на конструктивные и деструктивные. Как конструктивные, так и деструктивные дилеммы бывают сложными и простыми.

В табл. 8.3 представлены формулы и словесные формулировки всех четырех дилемм.

Из табл. 8.3 видно, что дилеммы отличаются от простых силлогизмов тем, что множества, входящие в формулы простых силлогизмов, заменены объединениями или пересечениями нескольких множеств. При этом иногда считают, что объединяемые множества не имеют общих элементов. Именно в таких случаях дилеммы рассматриваются как умозаключения, содержащие два исключающих друг друга положения, не допускающих возможности третьего. Однако это выполняется далеко не всегда и требует предварительной договоренности.

---

[99] *Карпов Ю. Г.* Теория автоматов. СПб.: Питер, 2003. С. 52–53.

Таблица 8.3

*Простые силлогизмы и дилеммы*

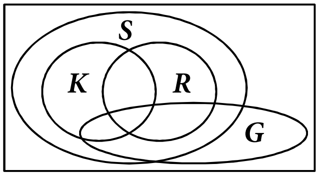
| **Формула простого силлогизма** | **Фигура и модус простого силлогизма** | **Формула дилеммы** | **Название дилеммы** | **Соотношение между элементами простых силлогизмов и дилемм** |
|---|---|---|---|---|
| $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(P,Q)\\ I(H,P)\end{matrix}}{\therefore I(H,Q)}\right)$ | Фигура 1, модус *AII* | $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(K\cup R,S)\\ I(G,K\cup R)\end{matrix}}{\therefore I(G,S)}\right)$ | Простая конструктивная дилемма | $P \to K\cup R$<br>$Q \to S$<br>$H \to G$ |
| $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(P,Q)\\ A(H,P)\end{matrix}}{\therefore A(H,Q)}\right)$ | Фигура 1, модус *AAA* | $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(K,S)\\ A(G,R)\end{matrix}}{\therefore A(K\cup G,S\cup R)}\right)$ | Сложная конструктивная дилемма | $P \to K$<br>$Q \to S\cup R$<br>$H \to G$ |
| $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(Q,P)\\ O(H,P)\end{matrix}}{\therefore O(H,Q)}\right)$ | Фигура 2, модус *AOO* | $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(K,R\cap S)\\ O(G,R\cap S)\end{matrix}}{\therefore O(G,K)}\right)$ | Простая деструктивная дилемма | $P \to R\cap S$<br>$Q \to K$<br>$H \to G$ |
| $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(Q,P)\\ O(H,P)\end{matrix}}{\therefore O(H,Q)}\right)$ | Фигура 2, модус *AOO* | $\left(\dfrac{\begin{matrix}A(K\cup G,S\cup R)\\ O(C,S\cup R)\end{matrix}}{\therefore O(C,K\cup G)}\right)$ | Сложная деструктивная дилемма | $P \to S\cup R$<br>$Q \to K\cup G$<br>$H \to C$ |

Примечание: В сложной деструктивной дилемме чаще всего рассматривается случай, когда $K$ есть подмножество $S$ ($K\subseteq S$), а $G$ — подмножество $R$ ($G\subseteq R$).

Рассмотрим диаграммы Эйлера — Венна для каждой из дилемм.

### Простая конструктивная дилемма

$$\left(\dfrac{\begin{matrix}A(K\cup R,S)\\ I(G,K\cup R)\end{matrix}}{\therefore I(G,S)}\right)=\left(\dfrac{\begin{matrix}\text{Все } K \text{ есть } S \text{ и все } R \text{ есть } S\\ \text{Некоторые } G \text{ есть } K \text{ или } R\end{matrix}}{\text{Некоторые } G \text{ являются } S}\right)$$




*а)* *б)*

*Рис. 8.6.* Простая конструктивная дилемма:
*а)* формульное и текстовое прочтение простой конструктивной дилеммы;
*б)* соотношения между множествами истинности и ложности входящих в нее предикатов

**Пример**

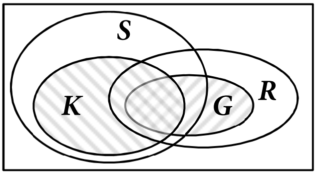
$S$ — люди, верующие в Бога; $K$ — христиане; $R$ — мусульмане; $G$ — люди, молящиеся в своих храмах:

$$\left(\dfrac{\begin{matrix}A(K\cup R,S)\\ I(G,K\cup R)\end{matrix}}{\therefore I(G,S)}\right)=\left(\dfrac{\begin{matrix}\text{Как христиане, так и мусульмане — люди верующие}\\ \text{Чтобы помолиться, они приходят в свои храмы}\end{matrix}}{\begin{matrix}\text{Большинство людей, которые молятся в храмах, —}\\ \text{люди верующие}\end{matrix}}\right).$$

П р и м е ч а н и е : В этом примере $K \cap R = \varnothing$.

### Сложная конструктивная дилемма

$$\left(\frac{\begin{matrix} A(K,S) \\ A(G,R) \end{matrix}}{\therefore A(K \cup G, S \cup R)}\right) = \left(\frac{\begin{matrix} \text{Все } K \text{ есть } S \\ \text{Все } G \text{ есть } R \end{matrix}}{\text{Все } K \text{ или } G \text{ есть } S \text{ или } R}\right)$$




*а)* *б)*

*Рис. 8.7.* Сложная конструктивная дилемма:
*а)* формульное и текстовое прочтение сложной конструктивной дилеммы;
*б)* соотношения между множествами истинности и ложности входящих в нее предикатов

**Пример**

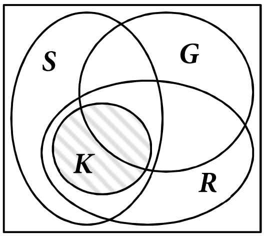
$K$ — книги Четвероевангелия; $S$ — книги Нового Завета; $G$ — Псалтырь; $R$ — книги Ветхого Завета.

П р и м е ч а н и е : В этом примере $K \cap G = \varnothing$ и $S \cap R = \varnothing$, причем $S \cup R$ — книги Священного Писания:

$$\left(\frac{\begin{matrix} A(K,S) \\ A(G,R) \end{matrix}}{\therefore A(K \cup G, S \cup R)}\right) = \left(\frac{\begin{matrix} \text{Все книги Четвероевангелия — книги Нового Завета} \\ \text{Псалтирь — книга Ветхого Завета} \end{matrix}}{\begin{matrix} \text{Все книги, как Четвероевангелие, так и Псалтирь —} \\ \text{это книги Священного Писания} \end{matrix}}\right).$$

### Простая деструктивная дилемма

$$\left(\frac{\begin{matrix} A(K,R \cap S) \\ O(G,R \cap S) \end{matrix}}{\therefore O(G,K)}\right) = \left(\frac{\begin{matrix} \text{Все } K \text{ есть } R \text{ и } S \text{ одновременно} \\ \text{Некоторые } G \text{ не входят} \\ \text{либо в } R\text{, либо в } S \end{matrix}}{\text{Некоторые } G \text{ не входят в } K}\right)$$




*а)* *б)*

*Рис. 8.8.* Простая деструктивная дилемма:
*а)* формульное и текстовое прочтение простой деструктивной дилеммы;
*б)* соотношения между множествами истинности и ложности входящих в нее предикатов

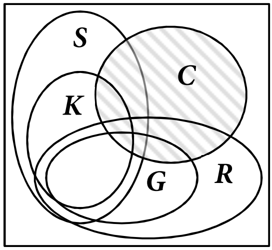
**Пример**

$K$ — люди; $R$ — разумные твари; $S$ — твари, имеющие душу; $G$ — твари либо неразумные, либо не имеющие души:

$$\left(\frac{\begin{matrix} A(K,R \cap S) \\ O(G,R \cap S) \end{matrix}}{\therefore O(G,K)}\right) = \left(\frac{\begin{matrix} \text{Все люди разумны и имеют душу} \\ \text{Есть Божьи твари, которые не имеют разума или души} \end{matrix}}{\text{Эти Божьи твари — не люди}}\right).$$

Сложная деструктивная дилемма

$$\left( \frac{\begin{matrix} A(K \cup G, S \cup R) \\ O(C, S \cup R) \end{matrix}}{\therefore O(C, K \cup G)} \right) = \left( \frac{\begin{matrix} \text{Все } K \text{ есть } S \text{, а все } G \text{ есть } R \\ \text{Есть } C \text{, которые не являются } S \text{ или } R \end{matrix}}{\text{Есть } C \text{, которые не являются } K \text{ или } G} \right)$$




*а)* *б)*

*Рис. 8.9.* Сложная деструктивная дилемма
а) формульное и текстовое прочтение сложной деструктивной дилеммы;
*б)* соотношения между множествами истинности и ложности входящих в нее предикатов

**Пример**

$K$ — люди, рассуждающие о Боге; $S$ — люди, приходящие в храмы; $G$ — люди, рассуждающие о Православии; $R$ — люди, знающие догматы Православия; $C$ — атеисты:

$$\left( \frac{\begin{matrix} A(K \cup G, S \cup R) \\ O(C, R \cup S) \end{matrix}}{\therefore O(C, K \cup G)} \right) = \left( \frac{\begin{matrix} \text{Чтобы рассуждать о Боге, надо ходить в храм,} \\ \text{чтобы рассуждать о Православии, надо знать его догматы} \\ \text{Некоторые атеисты невежды в догматах и не ходят в храмы} \end{matrix}}{\text{Они не должны рассуждать о Боге и о Православии}} \right).$$

## 8.5. Основная теорема логического вывода

*Основная теорема логического вывода*[100]. Формула $R$ является логическим следствием формул $F_1, F_2, ..., F_n$ тогда и только тогда, когда формула

$$F_1 \wedge F_2 \wedge ... \wedge F_n \Rightarrow R \tag{8.9}$$

есть тавтология[101].

Опираясь на основную теорему логического вывода, а также на свойства логических операций, можно преобразовывать различные суждения, содержащие импликацию, рассматривая их истинность как бы с разных сторон.

Пусть формула $R$ есть логическое следствие формул $F_1$ и $F_2$. Высказывание $F_1 \wedge F_2 \Rightarrow R$ по основной теореме логического вывода является

[100] Основная теорема логического вывода и ее доказательство представлены в кн.: *Карпов Ю. Г.* Теория автоматов. СПб.: Питер, 2003. С. 57.

[101] Напомним, что формулу $F(p, q, ..., h)$ называют тождественно истинной формулой, или тавтологией, если она принимает значение 1 (истина) на всех наборах входящих в нее атомарных высказываний (см. п. 4.3).

тавтологией. Преобразовав импликацию в логическую сумму и применив закон двойственности (см. прил. 1), получим эквивалентную формулу:

$$F_1 \wedge F_2 \Rightarrow R = (\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) \vee R.$$

Поскольку логическая сумма перестановочна и ассоциативна (см. прил.1), можно получить следующие тавтологии:

$$(\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) \vee R = \overline{F}_1 \vee (\overline{F}_2 \vee R) = F_1 \Rightarrow (\overline{F}_2 \vee R);$$

$$(\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) \vee R = \overline{F}_2 \vee (\overline{F}_1 \vee R) = F_2 \Rightarrow (\overline{F}_1 \vee R);$$

$$(\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) \vee R = (\overline{F}_1 \vee R) \vee \overline{F}_2 = (F_1 \wedge \overline{R}) \Rightarrow \overline{F}_2;$$

$$(\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) \vee R = (\overline{F}_2 \vee R) \vee \overline{F}_1 = (F_2 \wedge \overline{R}) \Rightarrow \overline{F}_1;$$

$$(\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) \vee R = R \vee (\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2) = \overline{R} \Rightarrow (\overline{F}_1 \vee \overline{F}_2)$$

и т. п.

**Пример**

Рассмотрим простой силлогизм $S = F_1 \wedge F_2 \Rightarrow R$: «Ни одна несправедливая война не может быть оправдана. Некоторые несправедливые войны были успешны. Следовательно, некоторые успешные войны не могут быть оправданы».

Выделим предикаты данного силлогизма:

$P(x)$: «$x$ — несправедливая война»;

$Q(x)$: «война $x$ может быть оправдана»;

$H(x)$: «$x$ — успешная война».

Данный силлогизм есть силлогизм *ferison* (tertia *fErIsOn*, третья фигура, модус *EIO*):

$$S = \left( \frac{\begin{array}{c} E(P,Q) \\ I(P,H) \end{array}}{\therefore O(H,Q)} \right) = \left( \frac{\begin{array}{c} \text{Ни один } P \text{ не есть } Q \\ \text{Некоторые } P \text{ есть } H \end{array}}{\text{Следовательно, некоторые } H \text{ не есть } Q} \right).$$

Посылки и заключение силлогизма:

$F_1 = E(P, Q)$: «ни одна несправедливая война не может быть оправдана»;

$F_2 = I(P, H)$: «некоторые несправедливые войны были успешными»;

$R = O(H, Q)$: «некоторые успешные войны не могут быть оправданы».

Отрицания посылок и заключения[102]:

$\overline{F}_1 = \overline{\text{Ни один } P \text{ не есть } Q}$ = «Некоторые $P$ есть $Q$»: «некоторые несправедливые войны можно оправдать»;

$\overline{F}_2 = \overline{\text{Некоторые } P \text{ есть } H}$ = «Ни один $P$ не есть $H$»: «все несправедливые войны были безуспешными»;

---

[102] См. п. 5.3.

$\overline{R} = \overline{\text{Некоторые } H \text{ не есть } Q}$ = «Любой $H$ есть $Q$»: «любая успешная война может быть оправдана».

Если считать силлогизм $S = F_1 \wedge F_2 \Rightarrow R$ истинным, то следующие суждения[103] также следует считать истинными:

| **Формула $E(P, Q)$** | **Формулировка суждения** |
|---|---|
| $F_1 \wedge F_2 \Rightarrow R$ | Ни одна несправедливая война не может быть оправдана. Некоторые несправедливые войны были успешны. Следовательно, некоторые успешные войны не могут быть оправданы |
| $F_1 \Rightarrow (\overline{F_2} \vee R)$ | Если ни одна несправедливая война не может быть оправдана, то следует признать, что никакая несправедливая война не может быть успешной, или же некоторые успешные войны нельзя оправдать |
| $F_2 \Rightarrow (\overline{F_1} \vee R)$ | Из того, что некоторые несправедливые войны были успешными, следует, что какие-то из них можно оправдать, а какие-то — нет |
| $(F_1 \wedge \overline{R}) \Rightarrow \overline{F_2}$ | Ни одна несправедливая война не может быть оправдана, а любую успешную войну можно оправдать. Отсюда следует, что все несправедливые войны были безуспешными |
| $(F_2 \wedge \overline{R}) \Rightarrow \overline{F_1}$ | Поскольку некоторые несправедливые войны были успешными, а всякую успешную войну можно оправдать, то некоторые несправедливые войны могут быть оправданы |
| $\overline{R} \Rightarrow (F_2 \vee \overline{F_1})$ | Если принять, что никакую успешную войну нельзя оправдать, то надо согласиться и с тем, что все несправедливые войны были безуспешными или же некоторые из них могут быть оправданы |

## 8.6. О логических исчислениях и логических ошибках

Отметим, что законы и правила формальной логики записываются математически: в виде формул, равенств, схем и пр. Формальная логика очень близка к математической логике.

Математическая логика содержит исчисление высказываний и исчисление предикатов. Термин «исчисление» определяется двояко[104]. Во-первых, исчисление — это часть названий тех разделов математики, которые трактуют правила вычислений и оперирования с объектами

[103] Приведенные ниже суждения простыми силлогизмами уже не являются, т. к. по определению любой простой силлогизм содержит не менее двух посылок и одно заключение.

[104] Математический энциклопедический словарь / *гл. ред. В. Ю. Прохоров.* М.: Сов. энциклопедия, 1988. С. 252.

того или иного типа (дифференциальное исчисление, вариационное исчисление и пр.). Во-вторых, под исчислением понимают ***дедуктивную систему***, т. е. способ задания того или иного множества путем указания исходных элементов (аксиом исчисления) и правил вывода. Каждое из этих правил описывает, как строить новые элементы множества из исходных и уже построенных. Логика высказываний и логика предикатов представляют собой именно дедуктивные системы.

Поскольку удалось математизировать человеческую логику, представить ее в виде дедуктивных систем — исчислений, удалось создать *искусственные языки* (см. п. 2.2), позволившие, в свою очередь, разрабатывать интеллектуальные компьютерные программы. Напомним, что современная логика — это не только инструмент точной мысли, но и «мысль» первого точного инструмента — электронного автомата.

Однако несмотря на гигантский по величине и скорости скачок развития компьютерной техники и основанных на ней коммуникационно-информационных технологий, все же в соревнованиях машинного и человеческого интеллекта почти всегда побеждает человек (см. о тесте Тьюринга п. 2.2). О том же говорят и специалисты-переводчики с иностранных языков: машинные переводы хороши в качестве подстрочников, но чистовой вариант перевода всегда должен выполнять человек.

Как уже было сказано, гибкость и полноту человеческое мышление имеет благодаря способности допускать ошибки, сбиваться, нарушать последовательность строгой цепочки умозаключений, допускать размытости и нечеткости. Как отмечает русский философ М. М. Бахтин, «Свобода воли и активность несовместимы с ритмом. Творец свободен и активен, творимое несвободно и пассивно»[105]. Но ритм[106] — это и есть правильная последовательность без ошибок

105 *Бахтин М. М.* Автор и герой в эстетической деятельности. Временное целое героя (проблема внутреннего человека — души). URL: http://medialib.pspu.ru/page.php?id=492 (дата обращения: 26.08.2016).

106 «РИТМ, ритма, *муж.* (*греч.* ῥυθμός). Равномерное чередование каких-нибудь элементов, моментов (ускорения и замедления, напряжения и ослабления в движении или течении чего-нибудь). Ритм танца. Ритм движений. Ритм русского стиха создается определенным чередованием ударных и неударных слогов. Ритм работы. Законы ритма». Взято из кн.: *Ушаков Д. Н.* Большой толковый словарь современного русского языка. URL: http://www.dict.t-mm.ru/ushakov (дата обращения: 26.08.2016).

и сбоев. Человек «учится на ошибках», компьютер на ошибках учиться не может. Ошибки компьютера должен исправлять человек — так же, как и свои собственные ошибки.

Однако это не означает, что надо специально делать побольше ошибок в рассуждениях. Ошибка — это случайность, это «грех» мышления. Нельзя избежать греха, но желая обóжения, нельзя стремиться к греху сознательно. Также нельзя избежать и логических ошибок, но нельзя делать их сознательно, выполняя интеллектуальную работу во славу Божию.

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Запишите все формулы простых силлогизмов и постройте к ним диаграммы Эйлера — Венна. Диаграммы должны представлять собой три круга: $P$, $Q$, $H$. Универсум $U$ не надо выносить на чертеж.

2. Придумайте примеры религиозного содержания к каждой формуле, записанной при выполнении предыдущего задания.

3. Представьте приведенные ниже суждения в виде одного или нескольких силлогизмов, определите их истинность или ложность:

    1) «Актуальным является только вопрос об ОДНОВРЕМЕННОМ с нами существовании Бог. Если Бог существует здесь и сейчас, он должен как-то проявлять себя в мире. Мы знаем, что масса вещей может происходить безо всякого вмешательства Бога (так называемый естественный порядок вещей), следовательно, о присутствии Бога будет говорить очевидное и явное нарушение причинно-следственной связи. Все присутствующие знают, как оно называется, — чудо».

    2) «Разумная сила, управляющая миром, конечно, могла бы так сделать, чтобы человек понимал добро, не платясь за это такими страданиями. Если он все же подвергается им, то либо потому, что эта сила неразумна, либо потому, что ее нет. Любое из этих решений опровергает тезис о бытии Бога».

# 9. ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Вера в абсолютную силу логики, в непогрешимость логических доказательств нередко оказывала людям плохую услугу.

Классическим примером[107], подтверждающим эту мысль, может служить одно из самых знаменитых суждений Р. Декарта[108]: «Ego cogito, ergo sum». Чаще всего его переводят так: «Я мыслю, значит, я существую». Но исследование трудов Р. Декарта, контекстов его знаменитого высказывания позволяет утверждать, что правильное прочтение этого высказывания таково: «Я мыслю тогда и только тогда, когда существую», т. е. «мышление равно существованию человека». Приняв такое толкование, суждение Р. Декарта может быть прочитано следующим образом: «Если некто не мыслит, значит, он не существует», или по-другому: «Некто (или нечто) человеком не является, если он (оно) не мыслит».

Принятое именно в таком варианте, прошедшее через века, это высказывание великого ученого явилось опосредованным основанием весьма прискорбных явлений нашего времени. Как показано в статье А. Н. Павленко, оно легло в основу морального оправдания абортов («плод еще не мыслит, значит, не имеет статуса человека») и эвтаназии («старики уже не мыслят, значит, людьми не являются»). Наконец, в настоящее время во всех странах смерть человека приравнивают к отсутствию определенных сигналов со стороны мозга: если приборы не улавливают таких сигналов, то при работающем сердце, легких и пр. человека считают «несуществующим» (мертвым).

Логику можно считать основанием, фундаментом большинства наук. Но привлечение ее к оценкам морали, к доказательствам богословских истин неправомерно.

---

107 *Павленко А. Н.* Каков онтологический статус человека? Три возможных ответа // Сб. мат-лов XIII конф. «Наука. Философия. Религия» (г. Дубна, 20–21.10.2010). Дубна, 2010. С. 87–100.

108 Рене Декарт — французский философ, математик, механик, физик и физиолог и пр. и пр., жил в XVII в. Философские взгляды Р. Декарта легли в основу рационализма Нового времени. И в настоящее время его философские воззрения находятся в центре полемики современной философии с классическим рационализмом.

## 9.1. Можно ли логически доказать или опровергнуть существование Бога?

Ответ на вопрос, вынесенный в заголовок, люди пытаются получить уже не одно тысячелетие. Есть множество доказательств существования Бога, и не меньшее число их опровержений. Причем верующие вполне согласны с доказательствами Его существования, а атеисты — с доказательствами того, что Бога нет. Этот известный факт весьма убедительно свидетельствует о том, что логические доказательства не могут изменить мировоззрение человека, если сам он того не хочет. Многие атеисты, выдвигая очередные аргументы против существования Бога, заявляют примерно следующее: «Я и сам бы хотел, чтобы бог существовал — ведь куда уютнее жить в „божественном“ мире. Но есть, увы, ещё и такая штука, как научная совесть, которая запрещает выдавать желаемое за действительное только на том основании, что оно желаемо»[109].

Что ж, помолимся, чтобы Господь озарил сердца всех живущих людей светом веры и любви. Любящее и верящее сердце человека есть единственный надежный прибор, регистрирующий бытие Бога, т. е. являющий Его как аподиктическую очевидность (см. п. 4.1).

Доказательств бытия Бога (богов) существует очень много[110]. Некоторые из них появились в дохристианскую эпоху, другие разработаны в святоотеческой литературе. В логических доказательствах бытия Божия упражнялись средневековые схоласты и современные ученые и богословы. Не менее длинную историю имеют и доказательства оппонентов.

**Пример**

Рассмотрим классическое онтологическое[111] доказательство существования Бога[112] в интерпретации С. Л. Франка[113].

---

[109] *Гудзь А.* Так можно ли всё-таки доказать несуществование бога? URL: http://library-of-materialist.ru/exist.htm/ (дата обращения: 26.08.2016).

[110] Доказательства бытия Божия // Православная энциклопедия. URL: http://www.pravenc.ru/text/178741.html (дата обращения: 26.08.2016).

[111] Онтология (*др.-греч.* ὄν, ὄντος — сущее, λόγος — учение) — учение о бытии; в классической философии — учение о бытии как таковом, выступающее (наряду с гносеологией, антропологией и др.) базовым компонентом философии.

Прежде всего, подчеркнем, что отдельно каждое из понятий «Бог» и «существование (бытие)», имеют собственный объем и собственное содержание (смысл, семантику). Соединенные вместе они образуют новое понятие — «бытие Бога». Смысл онтологического доказательства непротиворечивости этого нового понятия состоит в следующем. Под Богом мы разумеем совершеннейшее существо или существо, обладающее максимальной полнотой или богатством. Небытие беднее или менее совершенно, чем бытие. Следовательно, самое совершенное существо обладает бытием, т. е. существует. Несуществование Бога заключало бы в себе логическое противоречие, требуя от нас утверждения совершеннейшего существа, которое вместе с тем несовершенно. Поэтому Бог необходимо существует.

Отметим, что это доказательство, имеющее две посылки и заключение, представляет собой простой силлогизм tertia *dAtIsI* (третья фигура, модус *AII*):

$$\left(\frac{\begin{array}{c}A(P,Q)\\ I(P,H)\end{array}}{\therefore I(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все } P \text{ есть } Q\\ \text{Некоторые } P \text{ есть } H\end{array}}{\text{Некоторые } H \text{ есть } Q}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все совершенства есть атрибуты Бога}\\ \text{Одно из совершенств есть бытие}\end{array}}{\text{Следовательно, бытие есть атрибут Бога}}\right).$$

С. Л. Франк приводит классические возражения против такого доказательства.

«Совершенство» не есть качество. «Совершенство», «максимальная полнота», «максимальное богатство» есть мера, предельное количество тех или иных качеств. Например, «совершенная любовь», «максимально полное отмщение», «максимальное богатство чувств» и пр. Таким образом, понятие «совершенство» не принадлежит к какому либо определенному роду вещей, т. е. посылка «*Бог имеет все совершенства*» противоречива[114]. Покажем ее противоречивость с помощью силлогизма *fErIOke* prioris (первая фигура, модус *EIO*):

---

[112] *Франк С. Л.* Онтологическое доказательство бытия Бога. URL: http://azbyka.ru/vera_i_neverie/o_boge2/ontologicheskoe_dokazatelstvo_butiya_boga-all.shtml (дата обращения: 26.08.2016).

[113] Семён Людвигович Франк (1877–1950) — крупный русский философ, религиозный мыслитель и психолог. Стремился к синтезу рациональной мысли и религиозной веры в традициях апофатической философии и христианского платонизма, в частности под влиянием Николая Кузанского и Владимира Соловьёва (особенно концепции положительного всеединства).

[114] Христос в Нагорной проповеди призывает нас: «Итак, будьте ***совершенны***, как ***совершенен*** Отец ваш Небесный» (Мф 5. 45). В приложении к Богу Отцу слово «совершенство» означает, что ***качествам*** и ***свойствам*** Бога никогда и ничего невозможно добавить или убавить. Другими словами, слово «***совершенство***» в этом контексте означает окончательную «полноту» и самодостаточность качеств и свойств Божества. Совершенство человека, к которому призывает Христос, — это максимально возможная для человека полнота и совершенство тех свойств и качеств, которые он получил от Бога в акте сотворения.

$$\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Совершенство не есть качество (атрибут)}\\ \text{Один из атрибутов Бога — совершенство}\end{array}}{\text{Следовательно, совершенство не есть атрибут Бога}}\right)=$$

$$=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Любое } P \text{ не есть } Q\\ \text{Некоторые } Q \text{ есть } P\end{array}}{\text{Некоторые } Q \text{ не есть } Q}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}E(P,Q)\\ I(Q,P)\end{array}}{\therefore O(Q,Q)}\right).$$

Доказали очевидное противоречие: «Некоторые $Q$ не есть $Q$».

Далее, отмечает С. Л. Франк, ни в Боге, ни в каком-либо ином предмете *бытие не есть совершенство* (ложность второй посылки).

Вновь используя силлогизм *fErIOke* prioris:

$$\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Бытие не есть совершенство}\\ \text{Наивысшее совершенство имеет бытие}\end{array}}{\text{Следовательно, наивысшее совершенство не имеет совершенства}}\right)=$$

$$=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Любое } P \text{ не есть } Q\\ \text{Некоторые } Q \text{ имеют } P\end{array}}{\text{Некоторые } Q \text{ не есть } Q}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}E(P,Q)\\ I(Q,P)\end{array}}{\therefore O(Q,Q)}\right),$$

приходим к очевидному противоречию: «Некоторые $Q$ не есть $Q$».

И главное, пишет С. Л. Франк, — «***идеальная или мыслимая сущность*** и ***реальное существование*** суть по общему правилу вещи совершенно различные, и первая независима от второго».

Для логического анализа этого тезиса используем силлогизм tertia, *dAtIsI* (третья фигура, модус *AII*, $H(x)$ = «$x$ не имеет реального бытия»):

$$\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все боги есть идеальные (мыслимые) сущности}\\ \text{Некоторые идеальные сущности не имеют реального бытия}\end{array}}{\text{Следовательно, бывают случаи, когда реальное бытие не есть атрибут бога}}\right)=$$

$$=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Все } Q \text{ есть } P\\ \text{Некоторые } P \text{ есть } H\end{array}}{\text{Некоторые } H \text{ есть } Q}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}A(P,Q)\\ I(P,H)\end{array}}{\therefore I(H,Q)}\right).$$

Замечание 1. В первой посылке «Все $Q$ есть $P$» объем понятия $Q$ — это все боги, которым поклонялись и поклоняются люди.

Замечание 2. Тезис силлогизма tertia, *dAtIsI* — «Некоторые $H$ есть $Q$» можно трактовать так, что существуют $H$, которые есть $Q$, но это не исключает и существование таких $H$, которые не являются $Q$. Другими словами, реальное бытие не есть атрибут некоторых богов, но возможно, что во множестве богов найдутся и такие, для которых реальное бытие является неотъемлемым атрибутом. Другими словами, данный силлогизм не доказывает и не опровергает реальное бытие богов.

Вернувшись к началу статьи С. Л. Франка, читаем следующие суждения автора:

«Доказательства бытия Божия, принятые в традиционном богословии (западной и восточной церкви), в настоящее время в значительной мере потеряли свой кредит не только у неверующих, но в особенности именно у верующих.

Все они, независимо от частного содержания каждого из них в отдельности, воспринимаются, как некая „схоластика", т. е., точнее говоря, как рационализм, недопустимый именно в области веры, как неадекватный самой ее природе. ***Если бы возможно было подлинно убедительное доказательство бытия Божия, — так обычно сознает дело и аргументирует верующий — то не нужно было бы откровения, не нужно было бы акта веры, и не было бы религиозной заслуги в победе веры над сомнением***».

На наш взгляд, весьма справедливым является высказывание: «До тех пор пока ученые не изобретут ***инструментов***, пригодных ***для исследования Бога***, ***объективное*** научное богословие или толкование Библии невозможно»[115]. Пытаясь доказать логически существование Бога, православный человек ввязывается в чуждую ему дискуссию, из которой он вряд ли выйдет победителем. Более того, попытки логического доказательства религиозных истин нередко ведут к ересям и сектантству.

**Пример**

«Не умея представить себе вечность, думая, что ***вечность есть бесконечно длящееся время***, пресвитер IV века Арий, учил, что Сын Божий не совечен Отцу, но что Он особое высшее творение. Он думал, что если Сын Божий рождается от Отца, значит, ***было время***, когда Его не было»[116]. Таким образом, Арий, по сути, отрицает единство Святой Троицы, сводя Ее к трем неравным существам. Как видим, логический анализ христианского догмата, при скудости знаний природы времени, привел к ереси арианства.

Для чего же православному миссионеру надо знать законы логики? Дело в том, что ***отрицание*** христианских истин носит, как правило, форму логических утверждений или доказательств. Показать несостоятельность этих логических конструкций — долг православного

---

[115] *Уайтфорд Дж., диак.* Только одно Писание? URL: https://azbyka.ru/tolko-odno-pisanie (дата обращения: 26.08.2016).

[116] См., напр., Бог-Троица: *Александр (Семенов-Тянь-Шанский), еп.* Православный катехизис. Ч. 1. URL: https://azbyka.ru/otechnik/novonachalnym/pravoslavnyj-katehizis/1 (дата обращения: 26.08.2016).

миссионера[117], а сделать это можно лишь владея аппаратом логики. Приведем пример.

**Пример**

Сейчас в Интернете достаточно активно обсуждается одно из доказательств того, что Бог не существует. Доказательство это носит название «чайник Рассела»[118]. Православный ответ на «чайник» весьма поучителен. Оппонент Рассела[119] спокойно, полно и убедительно показал несостоятельность этого доказательства. Суть его возражений чисто логическая: аналогия не есть доказательство. Чтобы люди поклонялись чайнику, надо описать его свойства. Но описав свойства, получим, скорее всего, описание одного из языческих богов. Зачем же вводить новый термин «чайник»?

Итак, для противостояния нападкам на христианство православному миссионеру необходимо знать методы логического доказательства, виды логического доказательства, основные логические ошибки.

## 9.2. Виды доказательств

Процедуры, с помощью которых устанавливается истинность какого-либо умозаключения, называют доказательством.

Напомним (см. п. 8.1), что логическое умозаключение — это простое или сложное высказывание, т. е. предложение, которому можно приписать ***значение «истина» или «ложь»***. При оценке истинности высказываний их обычно разделяют на следующие типы: ***вероятностные*** («*S*, вероятно, есть *P*»), ***ассерторические*** («*S* есть *P*») и ***аподиктические*** («*S* необходимо есть *P*»). На вероятностную связь указывают при формулировке гипотез, ассерторические суждения используются для констатации фактов, аподиктические суждения выражают законы, данные нам Господом.

---

117 Весьма поучительной, с точки зрения применения логики в спорах с оппонентами православия, является рецензия свящ. О. Мумрикова на книгу Р. Докинза «Бог как иллюзия». См.: *Мумриков О., свящ.* Рецензия на книгу Р. К. Докинза «Бог как иллюзия». URL: http://www.bogoslov.ru/text/380272.html (дата обращения: 26.08.2016).

118 Чайник Рассела // Википедия. URL: http://ru.wikipedia.org/wiki/ (дата обращения: 26.08.2016).

119 *Соколов Ю.* Чайник Рассела: бесспорна ли аналогия? URL: http://www.odnako.org/blogs/show_21037/ (дата обращения: 26.08.2016).

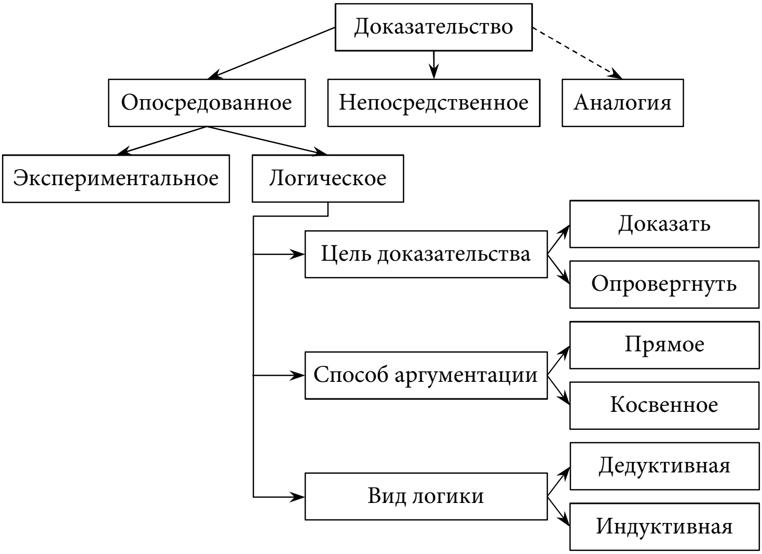



*Рис. 9.1.* Методы доказательств

На рис. 9.1 дана схема различных видов доказательств. Все доказательства, прежде всего, делятся на непосредственные, опосредованные и аналогии.

Непосредственные доказательства заключаются в предъявлении факта, т. е. предмета, события, явления и т. п., после чего истинность доказываемого утверждения становится очевидной. Например, утверждение «некоторые иконы мироточат» становится непререкаемо истинным после предоставления мироточащей иконы. Такого рода доказательства не являются предметом изучения логики и в дальнейшем рассматриваться не будут.

Аналогии[120] доказательствами не являются, однако как метод убеждения оппонента часто и эффективно применяются. Аналогия отражает сходство, подобие предметов и явлений. Когда говорят, что два предмета аналогичны, то это значит, что они подобны в некоторых отношениях. Аналогичные предметы — отчасти сходные, отчасти различные. Выводы по аналогии носят вероятностный характер.

---

[120] Аналогия (*др.-греч.* ἀναλογία — соответствие, сходство) — подобие, равенство отношений; сходство предметов, явлений, процессов, величин и т. п. в каких-либо свойствах.

В логике аналогия рассматривается как форма умозаключения, в котором на основании сходства предметов в одних признаках делается вывод о сходстве этих предметов в других признаках.

Практика умозаключения по аналогии позволила выработать аксиому аналогии: *если предметы сходны в одних определенных признаках, то они* ***могут быть*** *(а могут и не быть!) сходны и в других признаках.*

Опосредованные доказательства могут являться результатом специально спланированного эксперимента, а могут быть чисто логическими. Эти последние и будут предметом изучения в данной главе.

Логические доказательства делятся по следующим основаниям:

1) по цели доказательства;
2) по способу аргументации;
3) по типу используемой логики.

### 9.2.1. Цели доказательства

Целями логического доказательства всегда является обоснование истинности или ложности некоего суждения — тезиса. Как пишет В. А. Светлов[121], «Доказывая, мы ищем истину; опровергая — разоблачаем ложь. Именно поиски истины и разоблачение лжи превращают умозаключение в доказательство или опровержение соответственно».

Приступая к доказательству, необходимо:

1) четко определить тезис;
2) найти необходимые и достаточные основания[122] (аргументы);
3) показать логическую связь между тезисом и аргументами.

**Пример**

Рассмотрим классическое (Эпикурово) доказательство небытия Бога:

«Несомненно, в мире присутствуют зло и бессмыслица. Если их причина — дьявол, то Бог оказывается менее могущественен, чем сатана. В противном случае он бы уничтожил зло и прекратил бы бессмыслицу, а если мог, но не захотел, значит, сам Бог — злодей. Если причина зла в устройстве мира, то, значит, Бог просто плохой

---

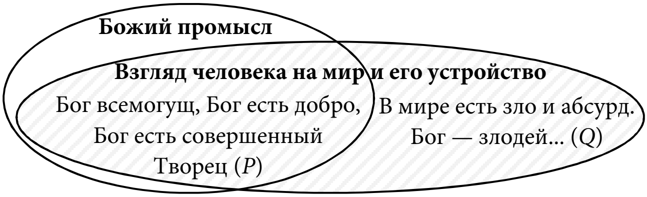
[121] *Светлов В. А.* Современная логика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2006. С. 159.

[122] Это требование есть требование выполнения одного из четырех основных законов логики — закона достаточного основания (см. табл. 4.1).

творец, ведь недостойно совершенному Мастеру сделать несовершенным творение: это унижает Бога. Следовательно, остается одно — нет Бога»[123].

Доказывается тезис $T$: «Бога нет».

Поставим цель ***опровергнуть*** его логически, т. е. ***разоблачить ложь***. Для этого попытаемся выявить в данном суждении нарушение требования полноты аргументации, ее необходимости и достаточности для обоснования тезиса.




На рисунке показано соотношение Божественного Промысла и взгляда (падшего) человека на мир и его устройство. Вряд ли кто-то станет спорить, что эти два понятия не совпадают.

Представим классическое доказательство небытия Бога в виде силлогизма *tertia, fElAptOn* объединяющего следующие высказывания:

$P$: «Бог всемогущ, Бог есть добро, Бог есть совершенный Творец»,

$Q$: «С точки зрения человека, в мире есть зло и бессмыслица»,

$H$: «Божественный Промысел не допускает зла и бессмыслицы».

Проанализируем, действительно ли заключением силлогизма является тезис $T$: «Бога нет»:

$$\left(\frac{\begin{array}{c}E(P,Q)\\A(P,H)\end{array}}{\therefore O(H,Q)}\right)=\left(\frac{\begin{array}{c}\text{Бог всемогущ, Бог есть добро, Бог есть совершенный Творец,}\\\text{но, с точки зрения человека, в мире есть зло и бессмыслица}\\\text{Бог всемогущ, Бог есть добро, Бог есть совершенный Творец,}\\\text{и Божественный Промысл не допускает зла и бессмыслицы}\end{array}}{\begin{array}{c}\text{Следовательно, Божественный Промысл не допускает зла}\\\text{и бессмыслицы, но, с точки зрения человека, они в мире есть}\end{array}}\right).$$

Заключение силлогизма $S$: «Божественный Промысел не допускает зла и бессмыслицы, но, с точки зрения человека, они в мире есть» отнюдь не совпадает с тезисом $T$: «Бога нет». Высказывание $S$ означает лишь, что Божественный Промысел и взгляд человека на мир и его устройство не совпадают. Один из самых больших даров Бога человеку — свобода выбора между злом и добром. Отбери Бог у падшего человека этот дар, и человечество превратится в муравейник, обитатели которого о добре и зле не задумываются, но и людьми не являются.

Отрицание заключения силлогизма $\overline{S}$: «Божественный Промысел допускает зло и бессмыслицу, или же, с точки зрения человека, их в мире нет». Совершенно очевидно, что $\overline{S}$ отнюдь не совпадает с антитезисом $\overline{T}$ : «Бог существует» Эпикурова доказательства.

[123] Доказательства небытия Бога, или современная теодицея. Историко-логическая справка. URL: http://do.gendocs.ru/docs/index-294141.html (дата обращения: 26.08.2016).

Таким образом, несостоятельность доказательства тезиса $T$: «Бога нет», в данном случае отнюдь не доказывает истинность антитезиса $\overline{T}$ : «Бог существует». Опровержение классического доказательства показывает лишь то, что его ***аргументы не дают достаточного основания для заключения об истинности тезиса T***, в этом доказательстве нарушен один из основных логических законов — закон достаточного основания (см. табл. 4.1).

Таким образом, нарушение закона достаточного основания приводит к тому, что из Эпикурова доказательства не следует истинность тезиса $T$: «Бога нет», а из его опровержения — истинность антитезиса $\overline{T}$ : «Бог существует».

Вывод

Для того чтобы опровержение доказательства тезиса являлось доказательством антитезиса, необходимо выполнение логического закона достаточного основания.

Следует отметить, что в спорах, в логике обыденных рассуждений закон достаточного основания практически никогда не выполняется, часто нарушается он и в гуманитарных науках. Но является непреложным требованием в науках естественных и математике.

Иногда суждение содержит внутреннее противоречие. Выявив внутреннюю структуру суждения, записав его в виде логической формулы, легко опровергнуть такое суждение и его тезис.

**Пример**

Попытаемся опровергнуть следующее суждение[124]:

$S$: «Ни одно моральное обязательство не является универсальным, так как условна всякая мораль, основанная на определенном историческом типе культуры. Что признается в одной культуре, то отвергается в другой. Универсальные моральные обязательства — миф. Мы должны быть терпимы друг к другу, мы не можем утверждать, что мы правы, а они — нет. Каждый должен уважать ценности других».

Методом опровержения будет выявление внутренней противоречивости $S$.

Введем обозначения:

$x$ — моральное обязательство;

$P(x)$: «$x$ — универсальное моральное обязательство».

Тезис суждения:

$T = \overline{P} = \forall x \overline{P}(x)$ : «ни одно моральное обязательство не является универсальным»;

$y$ — мораль, основанная на определенном виде культуры;

$Q(y)$: «$y$ — условна»;

$Q = \forall y Q(y)$: «любая мораль условна»;

---

124 Пример взят из кн.: *Светлов В. А.* Современная логика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2006. С. 175–179.

$Q \Rightarrow T$: «любая мораль, основанная на определенном виде культуры, условна, следовательно, ни одно моральное обязательство не является универсальным»;

$H$: «Что признается в одной культуре, то отвергается в другой»;

$T = \overline{P} = \forall x \overline{P(x)}$ : «универсальные моральные обязательства — миф.

Антитезис $\overline{T}$ :

$\overline{T} = P = \exists x P(x)$: «некоторые моральные обязательства ($x$) универсальны». (В анализируемом высказывании это терпимость друг к другу, принятие точки зрения другого человека, уважение ценностей других людей).

Составим формулу суждения $S$:

$$S = (Q \Rightarrow T) \wedge H \wedge (T \wedge \overline{T}\ ).$$

Мы видим, что, несмотря на многословие, суждение $S$ является ложным по закону противоречия (см. прил. 1). В самом деле, суждение: «Ни одно моральное обязательство не является универсальным, однако некоторые из таких обязательств универсальны, например, мы должны быть терпимы друг к другу, и проч.» = $T \wedge \overline{T}$ есть суждение ложное. Суждение $S$ одновременно доказывает и отвергает выдвинутый тезис. Достаточно указать на это и все рассуждение окажется лишенным смысла.

### 9.2.2. Прямое и косвенное доказательства

Доказательства, в которых выполнен закон достаточного основания, делятся на два вида — прямые и косвенные. Прямое доказательство заключается в выведении из аргументов истинности тезиса. В косвенном доказательстве из ложности тезиса выводится ложность аргументов.

В символах смысл косвенного доказательства выглядит следующим образом:

1. Требуется доказать истинность суждения: $P \Rightarrow T$, где $P$ — основание, $T$ — тезис.

2. Доказываем суждение $\overline{T} \Rightarrow \overline{P}$ , в котором основанием является отрицание тезиса: $\overline{T}$ , а заключением — отрицание основания: $\overline{P}$ .

3. В силу равенства $P \Rightarrow T = \overline{T} \Rightarrow \overline{P}$ (см. прил. 2) истинность доказанного суждения влечет за собой истинность исходного суждения.

Суть косвенного доказательства заключается ***в выведении ложности основания P из ложности тезиса T***: $\overline{T} \Rightarrow \overline{P}$ . В математике косвенное доказательство называют «доказательством от противного».

При выборе прямого или косвенного доказательства можно использовать следующие очевидные правила:

П р а в и л о 1 . Чтобы доказать истинность общеутвердительного («Для каждого $x$...») или общеотрицательного («Ни один $x$ не...»)

суждения, надо рассмотреть все элементы универсума («Каждый $x$ из $U$»).

Правило 2. Чтобы доказать истинность частноутвердительного или частноотрицательного («Найдется $x$...») суждения, достаточно рассмотреть лишь один элемент универсума.

Правило 3. Чтобы опровергнуть суждение с квантором существования, надо рассмотреть все элементы универсума («Ни один $x$ не...»); чтобы опровергнуть суждение с квантором всеобщности, надо «найти хотя бы один $x$, который не...».

**Пример**

Проведем логический анализ отрывка из работы Ф. Ницше «Антихристианин»[125].

$S$ = «Если предположить, что сострадание измеряется ценностью вызываемых им реакций, то жизнеопасный характер его выступает с еще большей ясностью. В целом сострадание парализует закон развития — закон селекции. Оно поддерживает жизнь в том, что созрело для гибели, оно борется с жизнью в пользу обездоленных и осужденных ею».

Разумеется, это суждение «антихристианина» надо опровергнуть. Выявим структуру высказывания $S$.

Обозначим слова «случай сострадания» как переменную $a$.

$P$: «Любые („в целом“) случаи сострадания парализуют закон развития, т. е. закон селекции»;

$Q$: «то, что созрело для гибели, т. е. обездоленные и осужденные жизнью, должны умереть»;

Тезис $\forall(a)T(a)$: «Любое сострадание (например, к обездоленным и осужденным жизнью) носит жизнеопасный характер».

$$S = \forall(a)(P(a) \wedge Q \Rightarrow T(a)).$$

Составим отрицание этого утверждения:

$$\overline{S} = \exists(a)(P(a) \wedge Q \Rightarrow \overline{T(a)}),$$

где $\exists(a)\,\overline{T}(a)$: «В некоторых случаях сострадание к обездоленным и осужденным жизнью носит жизнеутверждающий характер» — антитезис тезиса Ф. Ницше.

Прочитаем $\overline{S}$: «Хотя в некоторых случаях сострадание парализует закон селекции, согласно которому обездоленные и осужденные жизнью должны умереть, часто оно носит жизнеутверждающий характер».

Поскольку $\overline{S}$ содержит квантор существования, для доказательства его истинности достаточно одной иллюстрации. Приведите ее сами.

Если $\overline{S}$ — истина, то истиной является антитезис $\exists(a)\,\overline{T}(a)$, а тезис $\forall(a)T(a)$ — ложью.

---

125 *Ницше Ф.* Антихристианин // Сумерки богов. М.: Изд-во полит. лит., 1989. С. 22.

Подчеркнем, что для опровержения суждения Ф. Ницше применен метод косвенного доказательства.

Выводы

1. Если есть основания предполагать ложность суждения с квантором всеобщности, то наиболее простым и эффективным является косвенное доказательство.
2. Если есть основания предполагать истинность суждения с квантором существования, то наиболее простым и эффективным является прямое доказательство.
3. Если априорных предположений об истинности или ложности суждения нет, то нет и возможности выбора прямого или косвенного метода доказательства.

Еще раз подчеркнем, что о прямом и косвенном методах доказательства можно говорить лишь в тех случаях, когда тезис суждения имеет достаточные основания.

### 9.2.3. Дедуктивные и индуктивные доказательства. Принципы научности теории

Дедуктивное доказательство — это доказательство, имеющее форму силлогизма или цепочки силлогизмов. В дедуктивном доказательстве истинность основания — ***достаточное условие*** истинности тезиса во всех случаях, а в некоторых к достаточности добавляется и необходимость этого условия.

Однако в любом научном исследовании прежде, чем вывести какое-либо утверждение из имеющихся посылок, надо узнать, какое именно утверждение требует обоснования, т. е. заранее сформулировать тезис в виде гипотезы. После этого необходимо набрать аргументы для обоснования гипотезы. Такой способ доказательства называют индуктивным[126]. Подчеркнем, что ***во всех науках, кроме математики, используются именно индуктивные доказательства***.

[126] Разделы логики, занимающиеся правилами индуктивных доказательств, называются ***индуктивной логикой***. В противовес им, разделы, занимающиеся правилами и законами дедуктивных доказательств, называют ***дедуктивной логикой*** (см. рис. 9.1).

### Пример 1

Тезис (Аристотель): «Над Землей вращаются восемь хрустальных сфер — небес».

Аргументы:

$P_1$: «Большинство звёзд появляется из-за горизонта всегда в одном и том же месте, их расположение друг относительно друга не меняется. Следовательно, они накрепко прибиты к куполу, который вращается вокруг Земли».

$P_2$: «Плавающие звезды (планеты) — Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн подчиняются собственным правилам: каждая из них, двигаясь некоторое время по небу в одном направлении, вдруг поворачивает назад и начинает идти в обратном направлении. По собственным правилам движутся Солнце и Луна. Следовательно, для каждой планеты, а также Солнца и Луны нужен свой купол».

$P_3$: «Поскольку все купола вращаются вокруг Земли, они должны иметь сферическую форму».

$P_4$: «Сферы прозрачны, так как их не видно».

$P_5$: «Сферы твердые, так как светила к ним прибиты накрепко».

Основание тезиса $P = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge P_4 \wedge P_5$:

«Большинство звёзд появляется из-за горизонта всегда в одном и том же месте, их расположение друг относительно друга не меняется. Следовательно, они накрепко прибиты к куполу, который вращается вокруг Земли. Есть плавающие звезды — Меркурий, Венера, Марс, Юпитер и Сатурн (планеты), которые подчиняются собственным правилам: каждая из них, двигаясь некоторое время по небу в одном направлении, вдруг поворачивает назад и начинает идти в обратном направлении. По собственным правилам движутся Солнце и Луна. Следовательно, для каждой планеты, а также Солнца и Луны, нужен свой купол. Поскольку все купола вращаются вокруг Земли, они должны иметь сферическую форму. Сферы прозрачны, так как их не видно. Сферы твердые, поскольку светила к ним прибиты накрепко».

Получается стройная и красивая картина $P \Rightarrow T$:

«Совокупность приведенных аргументов $P$ является достаточным основанием для утверждения: над Землей вращаются восемь хрустальных сфер — небес».

Эта картина до сих пор завораживает поэтов и музыкантов, но принятые сейчас научные представления о природе и движении объектов ночного неба противоречат посылкам приведенного индуктивного умозаключения, т. е. доказана ложность посылок.

### Пример 2

Этот пример взят из книги английского математика и логика Бертрана Рассела «Почему я не христианин»[127]:

«Законы этих движений[128], судя по всему, суммируются в нескольких очень общих принципах, с помощью которых можно рассчитать прошлое и будущее мира, если дана любая малая часть его истории».

---

[127] *Рассел Б.* Почему я не христианин. Избранные атеистические произведения. М.: Изд-во полит. лит., 1987. С. 65.

[128] Речь идет о движениях протонов и электронов.

Тезис (гипотеза) $T$: «Можно рассчитать прошлое и будущее мира по любой малой части его истории».

Основание $P$: «Законы этих движений, судя по всему, суммируются в нескольких очень общих принципах».

По сути, Б. Рассел утверждает положительный результат мысленного эксперимента, который носит название «демон Лапласа». Суть идеи можно выразить таким отрывком из книги Лапласа: «Мы можем рассматривать настоящее состояние Вселенной как следствие его прошлого и причину его будущего. Разум, которому в каждый определённый момент времени были бы известны все силы, приводящие природу в движение, и положение всех тел, из которых она состоит, будь он также достаточно обширен, чтобы подвергнуть эти данные анализу, смог бы объять единым законом движение величайших тел Вселенной и мельчайшего атома; для такого разума ничего не было бы неясного, и будущее существовало бы в его глазах точно так же, как прошлое»[129].

Принцип неопределенности квантовой механики наложил запрет на положительный результат этого мысленного эксперимента, т. е. истинным оказывается антитезис:

$\overline{T}$ : «Нельзя рассчитать прошлое или будущее мира по малой части его истории».

Рассуждение Б. Рассела — индуктивное, основание в нем не является достаточным. Напротив, отрицание тезиса (антитезис) является достаточным аргументом для отрицания основания $\overline{T} \Rightarrow \overline{P}$ :

«Поскольку прошлое или будущее мира по малой части его истории рассчитать нельзя, то нет оснований утверждать, что законы движений элементарных частиц суммируются в нескольких очень общих принципах».

Итак, все научные доказательства (кроме математических) построены индуктивно по следующей схеме:

1. Выдвигается тезис (гипотеза) $T$;
2. Набираются факты $P_1$, $P_2$, $P_3$, ..., подтверждающие истинность $T$;
3. Совокупность фактов $P = P_1 \wedge P_2 \wedge P_3 \wedge \ldots$ принимают в качестве основания тезиса $T$.

Чем больше фактов входит в основание $P$, тем качественнее считается индуктивное доказательство тезиса $T$. Процедура набора фактов, подтверждающих тезис (гипотезу), называется ***верификацией*** гипотезы. Успешно и многократно верифицированная гипотеза получает статус теории. Следует отметить, что сколько бы аргументов, подтверждающих теорию, ни было включено в индуктивное доказательство, нельзя исключать того, что появится один единственный факт, опровергающий всю теорию.

---

[129] Цит. по: URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Демон_Лапласа (дата обращения: 26.08.2016).

**Пример**

Приведем шутливый пример, используемый во многих учебниках логики. Тезис «Все вороны — черные» нельзя считать доказанным, хотя он и подтвержден огромным количеством черных ворон, живших ранее и живущих сейчас. Возможно, что найдется одна единственная нечерная ворона — она и опровергнет этот тезис.

Очевидно, чем больше представлено аргументов, подтверждающих теорию, тем ее считают более обоснованной, более «доказанной», в большей степени верифицированной.

Помимо принципа верифицируемости теория, претендующая на роль научной, должна удовлетворять ***принципу фальсифицируемости***. Этот принцип был введен К. Р. Поппером[130]. Суть его сводится к тому, что научная теория не может быть принципиально неопровержимой: она должна обладать возможностью ошибиться.

Приведем примеры фальсифицируемых и нефальсифицируемых теорий[131], рассмотренные К. Р. Поппером.

**Примеры**

1. Общая теория относительности (ОТО) удовлетворяет принципу фальсифицируемости. Был предложен опыт, который ***мог бы опровергнуть*** ОТО. Согласно ОТО, пространство-время искривлено вблизи больших масс. Свет движется по прямой. Если ОТО верна и пространство-время действительно искривлено, то лучи света вблизи тел большой массы должны искривляться. Если такого искривления нет — значит, вся ОТО несостоятельна. Однако факт, подтверждающий искривление лучей света, был обнаружен Эддингтоном во время солнечного затмения 29 мая 1919 г.: свет далёкой звезды, видимой вблизи Солнца, изменил направление, и звезда оказалась смещённой с места, на котором она наблюдалась ночью вдали от солнечного диска.

Итак, ОТО выдержала «искушение фальсификацией» и давно признана всем ученым миром.

2. В противоположность ОТО теории психоанализа Фрейда и Адлера[132] не удовлетворяют принципу фальсифицируемости. К. Р. Поппер пишет: «Теорию психоанализа <...> проверке подвергнуть невозможно в принципе. Как бы ни вёл себя человек, его поведение можно объяснить с позиции психоаналитических теорий, нет такого поведения, которое опровергло бы эти теории... Я не смог бы придумать никакой формы человеческого поведения, которую нельзя было бы

---

130 Сэр Карл Рэймонд Поппер (1902–1994) — австрийский и британский философ и социолог, один из наиболее влиятельных философов науки XX столетия.

131 Примеры взяты из ст.: Принцип фальсификации. URL: http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1106838 (дата обращения: 26.08.2016).

132 Там же.

объяснить на основе каждой из этих теорий. И как раз этот факт — что они со всем справлялись и всегда находили подтверждение — в глазах их приверженцев являлся наиболее сильным аргументом в пользу этих теорий. Однако у меня зародилось подозрение относительно того, а не является ли это выражением не силы, а, наоборот, слабости этих теорий?».

Очевидно, что К. Р. Поппер прав, сомневаясь в силе упомянутых выше теорий. В самом деле, прогностическая сила этих теорий — нулевая. Наука, не способная ничего предсказать в области своей компетенции, не может считаться наукой.

3. Астрология не может быть признана научной теорией, поскольку она так же, как и психоанализ, не удовлетворяет критерию фальсифицируемости. Астрологи обращают внимание лишь на факты, подтверждающие их выводы, но не придают значения неблагоприятным для них примерам. Более того, делая свои интерпретации и пророчества достаточно неопределенными, они способны объяснить все, что могло бы оказаться опровержением их теории, если бы она и вытекающие из нее пророчества были более точными. Чтобы избежать ***фальсификации***, они ***разрушают проверяемость*** своих теорий.

Таким образом, чтобы некое утверждение можно было назвать ***научным***, оно должно удовлетворять а) принципу верифицируемости, т. е. иметь аргументы, подтверждающие его, и б) принципу фальсифицируемости, т. е. допускать существование аргументов, однозначно его опровергающих.

С этих позиций совершенно очевидно, почему нельзя доказать логически бытие Бога: тезис «Бог есть» так же, как и антитезис «Бога нет», не является ***научной*** теорией, а значит, не обязан удовлетворять ни принципу верифицируемости, ни принципу фальсифицируемости. Названные утверждения лежат в основе двух противоположных мировоззрений. Сколько бы верующим людям ни приводили «научных фактов», якобы доказывающих, что Бога нет, — мы не поверим. Аналогично и атеист вряд ли согласится с аргументами в пользу бытия Бога. Подтверждением последнего служат хотя бы события, изложенные в Новозаветном Писании.

В заключение остановимся на чисто формальной стороне вопроса о дедуктивном и индуктивном способах доказательства. Эти способы тесно связаны с понятиями «достаточное основание» и «необходимое основание» (см. п. 7.2).

Дедуктивное доказательство

Общая формула дедуктивного доказательства такова:

$$\left( \frac{\begin{matrix} P \Rightarrow T \\ P \end{matrix}}{\because T} \right),$$

«Если *P*, то *T*; *P* — истина, значит, *T* — тоже истина».

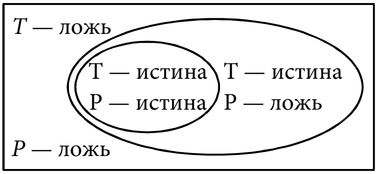



*Рис. 9.2.* Истинность основания *P* достаточна для истинности тезиса *T*; ложность тезиса *T* с необходимостью влечет за собой ложность основания *P*

Истинность основания *P* ***достаточна*** для истинности тезиса *T* (рис. 9.2). Это означает, что не надо искать новые аргументы для принятия тезиса — их достаточно, чтобы убедиться в его истинности. С другой стороны, если тезис *T* ложен, то основание *P* не может быть истинным. Последнее означает, что из ложности тезиса *T* ***с необходимостью*** вытекает ложность основания *P*.

Индуктивное доказательство

Общая формула индуктивного доказательства такова:

$$\left( \frac{\begin{matrix} P \Rightarrow T \\ T \end{matrix}}{\because P} \right),$$

«Если *P*, то *T*; *T* — истина, значит *P* — тоже истина».

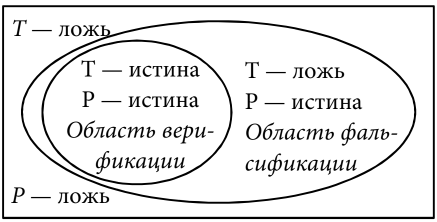



*Рис. 9.3.* Истинность основания *P* необходима, но недостаточна для истинности тезиса *T*; существуют области верификации и фальсификации тезиса

Истинность основания *P* ***необходима***, но ***недостаточна*** для истинности тезиса *T* (рис. 9.3). Другими словами, если основание *P* ложно, то тезис *T* не может быть истиной. Но истинность основания *P* не дает гарантий истинности тезиса *T*.

Такая ситуация, определяя *область верификации* и *область фальсификации* тезиса (гипотезы) *T* (см. рис. 9.3), обеспечивает возможность его развития и изменения.

Поясним рис. 9.3. Пусть подобрано множество аргументов в пользу истинности тезиса (*область верификации*), но можно, хотя бы мысленно, включить в основание $P$ такой аргумент (поставить такой эксперимент), что тезис окажется ложным (*область фальсификации*). Предположение истинности выдвинутого тезиса определяет первоначальный круг аргументов (опытов, наблюдений, экспериментов), подтверждающих эту истинность[133]. Сформулированная научная гипотеза сразу же расширяет границы круга аргументов. В этом заключается предсказательная сила науки. Истинность аргументов, предсказанных гипотезой, образует область фальсификации: если какое-либо следствие из тезиса $T$ оказывается ложным, приходится отказаться от этого тезиса.

Теория $T$, обладающая прогностической силой, то есть являющаяся научной, всегда имеет область фальсифицируемости. Собрать ***все*** существующие и мыслимые факты, подтверждающие теорию, невозможно.

Совокупность фактов, входящих в область верифицируемости теории, не может и не должна являться ***необходимым и достаточным условием*** ее истинности (см. рис. 9.4). Если основание теории является необходимым и достаточным, то любой факт, сформулированный в терминах этой теории, будет являться ее подтверждением, а сама теория всегда и все сможет объяснить (например, психоанализ может объяснить любое поведение человека). Лишь наличие области фальсифицируемости, где располагаются факты, предсказанные теорией (например, искривление луча света вблизи больших масс, предсказанное ОТО), делает ее научной и прогностически ценной. Опровержение прогнозов теории ведет либо к ее развитию, либо к отказу от нее. И то, и другое — признак живой, развивающейся научной теории.

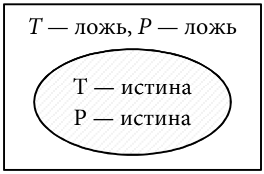



Рис. 9.4. Истинность основания является необходимым и достаточным условием истинности гипотезы

---

133 Чаще всего первоначальная формулировка гипотезы — это двухсторонний процесс: опыты и наблюдения требуют обобщений, обобщения для своего подтверждения требуют новых опытов и наблюдений. Так формируется первоначальный круг аргументов и оттачивается формулировка гипотезы.

Таким образом, область фальсификации — это область роста и развития научной гипотезы и теории.

## 9.3. Логические ошибки

Если тезис не претендует на роль научной гипотезы, то убедительность суждения требует достаточности основания.

Суждения, построенные в форме импликации или эквиваленции: $P \Rightarrow T$ или $P \Leftrightarrow T$, предполагают, что $P$ есть ***основание тезиса*** $T$. Некоторые из этих суждений имеют форму простого силлогизма $P_1 \wedge P_2 \Rightarrow T$. или более сложных высказываний: $F_1 \wedge F_2 \wedge ... \wedge F_n \Rightarrow T$, $F_1 \wedge (F_2 \vee F_3) \Rightarrow (T_1 \wedge T_2)$ и пр. Какие-то суждения являются дедуктивными, другие — индуктивными. Но любое суждение, содержащее основание $P$ и тезис $T$, можно рассматривать как ***доказательство*** тезиса $T$ с помощью набора аргументов $P$. Истинность аргументов, их достаточность и правильная структура всего суждения гарантируют истинность тезиса.

Рассмотрим логические ошибки, которые наиболее часто допускаются в доказательствах[134].

Ошибка I: «Потеря или подмена тезиса»

1. Доказывается тезис $T_1$.
2. Вводится тезис $T_2$.
3. Начинается обсуждение тезиса $T_2$.
4. Тезис $T_1$ остается без доказательства.

**Пример**

Рассмотрим суждение, которое многие атеисты считают научным доказательством «небытия бога». Оно принадлежит замечательному британскому ученому-астрофизику Стивену Хокингу:

«Вы не можете отправиться во время до Большого взрыва, потому что до него времени не существовало. Мы, наконец, обнаружили нечто, что не имеет под собой причины, потому что раньше не было времени, в рамках которого она могла бы существовать. Для меня это означает невозможность существования создателя, потому что для этого не было времени. Так как время появилось только в момент Большого взрыва, это событие не могло быть создано никем и ничем. Таким образом, наука дала

[134] *Светлов В. А.* Современная логика: учеб. пособие. СПб.: Питер, 2006. С. 175–179.

нам ответ, поиск которого занял более трёх тысяч лет огромных человеческих усилий»[135].

Выделим из этого текста основную мысль, касающуюся бытия Бога:

*S*: «...невозможность существования создателя, потому что для этого не было времени. Так как время появилось только в момент Большого взрыва, это событие (Большой взрыв) не могло быть создано никем и ничем».

По сути дела выдвинут тезис $T_1$: «Бог не может существовать вне времени», который заменен тезисом $T_2$: «Время появилось в момент Большого взрыва, до него время не существовало».

Тезис $T_2$ подтвержден неоспоримыми доказательствами как самого С. Хокинга, так и других ученых. Но это отнюдь не означает, что Большой взрыв, так же, как и все остальное творение, обошлось без Творца, т. е. тезис $T_1$ остался без доказательства, никаких аргументов в его подтверждение С. Хокинг не приводит, кроме заявления о том, что это его убеждение. Поэтому его оптимистичное утверждение о том, что «...наука дала нам ответ, поиск которого занял более трёх тысяч лет огромных человеческих усилий», осталось недоказанным[136].

Как отмечает В. А. Светлов, подмена тезиса часто происходит в политических дискуссиях, когда вместо обсуждения достоинств и недостатков предлагаемых программ переключаются на обсуждение достоинств и недостатков их авторов. Добавим, что это часто происходит и в дискуссиях атеистов на богословские темы.

### Ошибка II: «Кто много доказывает, тот ничего не доказывает»

1. Доказывается тезис с квантором существования: $T_\exists = \exists x T(x)$.
2. Вводится тезис с квантором всеобщности: $T_\forall = \forall x T(x)$.
3. Доказывается ложность тезиса $T_\forall$.
4. На этом основании делается вывод о ложности тезиса $T_\exists$.

---

135 Научное опровержение гипотезы существования Бога. Атеизм. URL: https://atheism.dirty.ru/nauchnoe-oproverzhenie-gipotezy-sushchestvovaniia-boga-500131/ (дата обращения: 26.08.2016).

136 Время — одно из самых сложных и загадочных понятий. Приведем известные слова одного из отцов и учителей Церкви блж. Августина, еп. Иппонийского: «Что такое время? Кто способен коротко и ясно определить его? А ведь в наших беседах мы ни о чем не говорим с такой уверенностью и столь часто, как о времени, и когда мы говорим о нем, мы, несомненно, понимаем, о чем говорим, и понимаем, о чем идет речь, когда слышим это слово в разговоре. Так что же такое время? Когда меня не спрашивают, я знаю ответ, но если меня попросят объяснить это кому-нибудь, я понимаю, что ничего не знаю».

**Пример**

В споре христианина и атеиста[137] о том, существует ли Бог, атеист (А. С. Хоцей) заявляет, что «в мире реально наблюдаются, с одной стороны, некая тенденция развития — эволюции от простого к сложному, а с другой — казус взаимоприспособленности находящихся в тесном контакте, то есть воздействующих друг на друга объектов (например, органов организма). (Все) эти реальные явления имеют естественное происхождение, то есть ***без особых проблем*** объясняются наукой детерминистически... Однако (все) ***эти факты*** идентифицируются кое-кем не как следствия естественных причин, а как результаты целенаправленной деятельности какого-то сверхсущества, то есть Бога».

Здесь автор дважды подменяет квантор существования квантором всеобщности:

1) «Эти реальные явления имеют естественное происхождение, то есть без особых проблем объясняются наукой детерминистически»:

$Q_\forall$ = «Все эти явления объясняются наукой детерминистически» = $\forall x Q(x)$.

2) «...эти факты идентифицируются кое-кем не как следствия естественных причин, а как результаты целенаправленной деятельности какого-то сверхсущества, то есть Бога»:

$R_\forall$ = «Все эти факты идентифицируются (верующими)...как целенаправленная деятельность... Бога» = $\forall x R(x)$.

В результате такой подмены кванторов опровергнуть эти суждения оказывается очень легко: достаточно привести хотя бы один пример явлений, до сих пор не объясненных наукой, и хотя бы один пример, когда верующие вполне согласны с утверждениями науки относительно обсуждаемого класса явлений.

Примечание. Вставка «(все)» сделана нами. При отсутствии в тексте слов «все» и «некоторые» приходится опираться на контекст. Из приведенного отрывка очевидно, что в обоих примерах речь идет обо всех явлениях и фактах указанного автором класса.

## Ошибка III: «Круг в доказательстве»

1. Рассматривается суждение $P \Rightarrow T$.
2. Утверждается, что тезис (высказывание) $T$ истинно, потому что истинно основание (высказывание) $P$.
3. Утверждается, что истинно высказывание $P$, потому что истинно $T$.
4. Тезис $T$ не получает независимого обоснования.

**Пример**

$P \Rightarrow T$: «Душа существует вечно ($T$), потому что она не может умереть ($P$)». $P$ и $T$ есть одно и то же суждение, облаченное в разные высказывания.

---

[137] *Гудзь А.* Так можно ли всё-таки доказать несуществование Бога? URL: http://library-of-materialist.ru/exist.htm (дата обращения: 26.08.2016).

Ошибка IV: «После того, значит по причине того»

1. Доказывается тезис $T$: «событие $A$ есть причина события $B$».

2. Приводится аргумент $P$: «Событие $A$ произошло раньше события $B$».

3. Аргумент $P$ не является достаточным основанием тезиса $T$.

4. Аргумент $P$ не доказывает $T$.

Отметим, что эта ошибка является частным случаем ошибки V: аргумент $P$ не является достаточным основанием тезиса $T$.

**Примеры**

1. «Люди появились после динозавров, значит, они произошли от динозавров». Появление динозавров до появления людей отнюдь не является основанием считать людей потомками динозавров.

2. «Я споткнулся после того, как черная кошка перебежала мне дорогу». Аналогичная ошибка.

Ошибка V: «Ложная дилемма»[138]

1. Объединение множеств истинности тезиса $T$ и антитезиса $\overline{T}$ не составляют всего универсума (см. рис. 9.5).

2. Из ложности антитезиса $\overline{T}$ может следовать как ложность, так и истинность тезиса $T$.

3. Доказывается ложность антитезиса $\overline{T}$ .

4. Делается неправомерный вывод об истинности тезиса $T$.

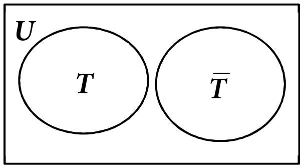



*Рис. 9.5.* Отношение между множествами истинности тезиса и антитезиса: $T \cup \overline{T} \neq U$

**Пример**

«В России живут как православные, так и католики. Если человек не православный, значит, он католик».

[138] В данном случае термин «дилемма» имеет смысл, актуальный для полемики: «Дилемма есть полемический довод с двумя противоположными положениями, исключающими друг друга и не допускающими возможность третьего». Такой смысл термина весьма далек от используемого в формальной логике.

## 9.4. Софизмы и парадоксы

Ранее неоднократно подчеркивалось, что формальная логика, да и всякая другая логика, не гарантирует абсолютной истинности содержательного высказывания. Всегда остается возможность не согласиться с истинностью атомарных высказываний или сослаться на контекст. Эти дефекты неустранимы.

Кроме того, появляются неразрешимые, на первый взгляд, противоречия — софизмы и парадоксы, необъяснимые в рамках логики. Над такими противоречиями ломали и ломают головы многие мудрецы, но до сих пор некоторые противоречия не разрешены.

### 9.4.1. Софизмы

Слово «софистика»[139] в настоящее время имеет негативный оттенок. Оно воспринимается как «обман», «пустословие», «демогогия» и т. п., хотя произошло оно от греческого слова «σοφία» — мастерство, знание, мудрость.

Софистика как философское течение возникла в Древней Греции в середине V в. до Р. Х. Первоначально софистами называли учителей, которые преподавали юношам, уже получившим школьное образование, риторику и ряд других дисциплин — как гуманитарных, так и точных. Школы софистов ориентировали своих учеников в первую очередь на политическую деятельность.

Педагогическая деятельность софистов как интеллектуалов-эрудитов оказалась возможна благодаря уникальной широте нового образовательного идеала, утвердившегося в это время среди верхушки общества. Софисты обещали научить умению «хорошо говорить». Это подразумевало ораторское мастерство, основанное на знаниях истории, государственного устройства и права, а также философии и математики. Более того, они обещали научить «добродетели», предполагавшей этические и практические качества совершенного гражданина и политика.

В то же время многие утверждения софистов абсолютизировали относительность любого знания. Так, Протагор (V в. до Р. Х.),

---

139 *Левин Г. Д.* Софистика // Новая философская энциклопедия / под ред. В.С. Степина. URL: http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_philosophy/4809/ (дата обращения: 26.08.2016).

знаменитый софист древности, учил, что человек есть мера всех вещей, и, следовательно, нет объективной истины. Другой известный софист, Горгий (V в. до Р. Х.), доказывал, что ничто не существует, а если существует, то непознаваемо, а если и познаваемо, то неизъяснимо. А раз так, то и опровергать, и доказывать можно все, что угодно.

Заслуга софистов состояла в том, что одними из первых они стали разрабатывать логические, лингвистические и психологические приемы убеждения и противостояния убеждающему воздействию.

Учителя-софисты обучали за деньги. Возможность наживы привлекла большое число непрофессионалов, с которыми стали отождествлять всех софистов. Так возникло представление о софисте как алчном и циничном невежде, о софистике как искусстве побеждать в споре любой ценой, доказывая подчас совершенно очевидные нелепости.

В самом деле, многие знаменитые софизмы, дошедшие из древности до наших дней, поражают как своей очевидной нелепостью, так и трудностью, а подчас и невозможностью, их опровержения.

Приведем несколько софизмов, оставшихся в истории.

1. Софизм «Рогатый»:

Что ты не терял, то имеешь; рога ты не терял; значит, ты рогатый.

2. В одном из своих диалогов Платон описывает, как два софиста запутывают простодушного человека по имени Ктесипп.

— Скажи-ка, есть ли у тебя собака?

— Да. И очень злая, — отвечает Ктесипп.

— А есть ли у нее щенята?

— Да, тоже злые.

— А их отец, конечно, собака же?

— Да.

— И этот отец тоже твой?

— Конечно.

— Значит, ты утверждаешь, что твой отец — собака и ты брат щенят!

3. Кто лжет, говорит то, чего нет; но того, чего нет, нельзя сказать, следовательно, никто не может лгать.

4. Вор не желает приобрести ничего дурного. Приобретение хорошего есть дело хорошее, следовательно, вор желает хорошего.

5. — Скажи, — обращается софист к молодому любителю споров, — может одна и та же вещь иметь какое-то свойство и не иметь его?

— Очевидно, нет.

— Посмотрим. Мед сладкий?

— Да.

— И желтый тоже?

— Да, мед сладкий и желтый. Но что из этого?

— Значит, мед сладкий и желтый одновременно. Но желтый — это сладкий или нет?

— Конечно, нет. Желтый — это желтый, а не сладкий.

— Значит, желтый — это не сладкий?

— Конечно.

— О меде ты сказал, что он сладкий и желтый, а потом согласился, что желтый не значит сладкий, и потому как бы сказал, что мед является и сладким, и несладким одновременно. А ведь вначале ты твердо говорил, что ни одна вещь не может и обладать, и не обладать каким-то свойством.

В большинстве приведенных софизмов помимо игры многозначностью использованных терминов присутствует логическая ошибка неверной интерпретации необходимости и достаточности основания.

Например, в софизме «Вор не желает приобрести ничего дурного. Приобретение хорошего есть дело хорошее, следовательно, вор желает хорошего». Во втором предложении слово «хороший» использовано в двух разных смыслах: «хорошая вещь» и «хороший поступок». Объемы этих двух понятий объединены в одно множество ($P$). Вор, конечно же, хочет только хороших вещей ($Q$). В импликации $P \Rightarrow Q$ условие является необходимым, но недостаточным для того, чтобы вор желал хороших поступков.

Софисты и сейчас, и в прежние времена подвергаются и подвергались заслуженной критике. Но они сыграли неоценимую роль в развитии логики. Их уроки, споры, диспуты и другие публичные выступления являлись ***экспериментальной площадкой*** для науки логики. Яростно критикуя софистов, Аристотель создал свою теорию силлогизмов, которая практически в неизменном виде используется и сейчас.

### 9.4.2. Парадоксы

Уловки и хитрости в софизмах удается разоблачить, но парадоксы[140] «разоблачить» нельзя, поскольку в них спрятаны ограниченность и несовершенство самой науки. От парадоксов можно избавиться, вводя в науку новые понятия и принципы, которые позволяют видеть в парадоксе вполне «законное» суждение, основанное на научных концепциях своего времени. Таким образом, раскрытие парадокса — это шаг в развитии науки.

**Апории Зенона**

Парадоксы, или апории[141], Зенона[142] известны в течение тысячелетий. Приведем некоторые из них.

Ахиллес и черепаха

Допустим, Ахиллес[143] бежит в десять раз быстрее, чем черепаха, и находится позади неё на расстоянии в тысячу шагов. За то время, за которое Ахиллес пробежит это расстояние, черепаха в ту же сторону проползёт сто шагов. Когда Ахиллес пробежит сто шагов, черепаха проползёт ещё десять шагов, и так далее. Процесс будет продолжаться до бесконечности, Ахиллес так никогда и не догонит черепаху.

Быстроногий Ахиллес никогда не догонит неторопливую черепаху, если в начале движения черепаха находится впереди Ахиллеса.

Дихотомия

Дихотомия гласит, что прежде чем пройти весь путь, движущееся тело должно пройти его половину, а до этого — половину половины и т. д.; процесс такого деления бесконечен, поэтому тело вообще не может начать двигаться или, если оно уже движется, движение не может окончиться.

---

140 Парадокс (греч. παράδοξος — неожиданный, странный) — в широком смысле: утверждение, резко расходящееся с общепринятым, устоявшимся мнением, отрицание того, что представляется «безусловно правильным».

141 ἀπορία — безысходность, безвыходное положение.

142 Зенон Элейский (V в. до Р. Х.) — древнегреческий философ. Знаменит своими апориями, которыми он пытался доказать противоречивость концепций движения, пространства и множества. Работы Зенона дошли до нас в изложении Аристотеля и комментаторов Аристотеля.

143 Образ Ахиллеса (Ахилла) в апории взят из «Илиады», где герой Ахиллес неоднократно именуется «быстроногим».

Стрела

Летящая стрела неподвижна, так как в каждый момент времени она занимает равное себе положение, то есть покоится; поскольку она покоится в каждый момент времени, то она покоится во все моменты времени, то есть не существует момента времени, в котором стрела совершает движение.

Первое объяснение парадоксов Зенона предложил Аристотель. По мнению Аристотеля, ложный вывод Зенона об отсутствии движения обусловлен тем, что он рассматривает время как ***состоящее из отдельных моментов «теперь»***. Напротив, по учению Аристотеля, время не складывается из неделимых «теперь». Согласно Аристотелю, всякое «теперь» (т. е. момент времени) ***разделяет время***, но при этом не является ***протяженной «частицей времени»***, а есть лишь «граница», связывающая прошедшее с будущим. Совокупность моментов «теперь» — это совокупность лишенных протяженности мгновений, ***не образующая темпоральной величины***. Таким образом, согласно Аристотелю, заблуждение Зенона Элейского коренится в неверном понимании ***природы времени***.

Такое объяснение парадоксов Зенона можно рассматривать как начало математического анализа[144], оперирующего понятием «непрерывная величина».

Итак, в отличие от софизмов, основанных на лингвистическом жульничестве и логических ошибках, парадоксы Зенона были связаны с пониманием природы времени как непрерывной величины.

Парадокс лжеца

Парадокс лжеца, приписываемый древнегреческому философу Евбулиду (IV в. до Р. Х.), называют «королем парадоксов».

Он состоит из двух слов: «Я лгу».

Если высказывание «Я лгу» — истина, значит, человек действительно лжет и то, что он высказал, есть ложь. И наоборот, если «Я лгу» — ложное высказывание, значит, оно истина.

Для разрешения «короля парадоксов» пришлось ввести понятия объектного языка и метаязыка. Метаязык — это язык, на котором

---

[144] Математический анализ исторически соответствует анализу бесконечно малых, заложенному в конце XVII в. И. Ньютоном и Г. Лейбницем.

описываются высказывания объектного языка. Слова «Я лгу» относятся к объектному языку — некто произносит о себе определенное суждение. Слова: «Это высказывание истинно или ложно» есть слова метаязыка, оценивающие, описывающие текст объектного языка.

Подчеркнем, что парадокс лжеца из IV в. до Р. Х. получил свое разрешение лишь в XX в.: понятие «метаязык» было введено польско-американским математиком Альфредом Тарским (1901–1983 гг.).

Парадокс Рассела

Приведем пример еще одного парадокса, открытого в начале XX в. и также заставившего поменять многие устоявшиеся представления точных наук. Парадокс носит название «Парадокс Рассела». Сформулированный в математических терминах он довольно сложен для понимания. Однако этот парадокс вызвал такой большой интерес научного (и не только научного) сообщества, что появилось множество шутливых формулировок, отражающих, однако, весьма точно суть высказывания.

Парадокс Рассела наиболее известен в шутливой формулировке «Парадокс брадобрея»:

«Представим, что совет одной деревни так определил обязанности брадобрея этой деревни: брить всех мужчин деревни, которые не бреются сами, и не брить тех, кто сам бреется. Должен ли брадобрей брить самого себя?»

Этот парадокс (естественно, в первоначальной логико-математической формулировке) вызвал к жизни целый поток новых идей в математике, связанных с понятием актуальной бесконечности и аксиоматикой теории множеств.

## Вопросы и задания для самопроверки

Выявите логическую структуру следующих «доказательств того, что Бог не существует». Там, где возможно, выявите логические ошибки в приведенных суждениях и сформулируйте логические опровержения этих доказательств. Если логических ошибок нет, попытайтесь опровергнуть суждения, используя другие критерии ложности: недостаточность основания, замена доказательства аналогией, размытость терминов и пр.

1. Если бы Бог существовал, то он, казалось бы, вселил одну веру и одни и те же идеи в сердца верующих, а не допустил бы кровавые религиозные войны, инквизицию, распад того же христианства на разные конфессии и секты (В. Гинзбург).

2. Занимаясь конкретной научной деятельностью, верующий, по сути дела, забывает о Боге, поступает так же, как атеист. Таким образом, совместимость занятий наукой с верой в Бога отнюдь не тождественна с совместимостью веры в Бога с научным мышлением (В. Гинзбург).

3. Вместе с тем, можно сказать, что выступая против современного оккультизма и лженауки, церковь защищает «свои» чудеса от чужих, защищает свою территорию. Можно, правда, утешаться мыслью, что вера в религиозные чудеса не приносит обществу такого же вреда как обращение к знахарям, астрологам и т. п. (В. Гинзбург).

4. Многие верующие ведут себя так, словно не догматикам надлежит доказывать общепринятые постулаты, а наоборот — скептики обязаны их опровергать. Это, безусловно, не так. Если бы я стал утверждать, что между Землей и Марсом вокруг Солнца по эллиптической орбите вращается фарфоровый чайник, никто не смог бы опровергнуть моё утверждение, добавь я предусмотрительно, что чайник слишком мал, чтобы обнаружить его даже при помощи самых мощных телескопов. Но заяви я далее, что, поскольку моё утверждение невозможно опровергнуть, разумный человек не имеет права сомневаться в его истинности, то мне справедливо указали бы, что я несу чушь. Однако если бы существование такого чайника утверждалось в древних книгах, о его подлинности твердили каждое воскресенье и мысль эту вдалбливали с детства в головы школьников, то неверие в его существование казалось бы странным, а сомневающийся — достойным внимания психиатров в просвещённую эпоху, а ранее — внимания инквизиции (Б. Рассел).

5. Итак, почему христианский Бог невозможен? Помните, мы смотрели определение христианского Бога, которое признается в т. ч. Православием? Так вот, возьмем из набора его свойств всего два — всемогущество и всеблагость — и покажем их противоречие. Одним из самых первых в ряду противоречий стоит вопрос: «Может ли всемогущий Бог создать камень, который сам не сможет поднять?» Ведь тут возможны только два варианта ответа: либо да, либо нет. Если нет, т. е. он не сможет

создать такой камень, то всемогущим он не является. Если он создаст такой камень, то не сможет его поднять — опять придется проститься со всемогуществом. Многие богословы пытались найти ответ, который бы сохранил всемогущество их Богу. Однако, все тщетно, с логикой не поспоришь. Очень популярен со стороны богословов аргумент, что создание такого камня логически невозможно. Или что таким камнем является человек. Но эти выкрутасы не спасают их положения (более того, они усугубляют их позицию, ведь по сути это — дополнительные ограничения на всемогущество) (И. А. Крывелев).

6. Вы не можете отправиться во время до Большого взрыва, потому что до него времени не существовало. Мы, наконец, обнаружили нечто, что не имеет под собой причины, потому что раньше не было времени, в рамках которого она могла бы существовать. Для меня это означает невозможность существования создателя, потому что для этого не было времени. Так как время появилось только в момент Большого взрыва, это событие не могло быть создано никем и ничем. Таким образом, наука дала нам ответ, поиск которого занял более трёх тысяч лет огромных человеческих усилий (С. Хокинг).

7. Разумная сила, управляющая миром (Р), конечно, могла бы так сделать, чтобы человек понимал добро, не платясь за это такими страданиями. Если он все же подвергается им, то либо потому, что эта сила неразумна, либо потому, что ее нет. Любое из этих решений опровергает тезис о бытии Бога (И. А. Крывелев).

8. Актуальным является только вопрос об ОДНОВРЕМЕННОМ с нами существовании Бога. Если Бог существует здесь и сейчас, он должен как-то проявлять себя в мире. Мы знаем, что масса вещей может происходить безо всякого вмешательства Бога (т. н. естественный порядок вещей), следовательно, о присутствии Бога будет говорить очевидное и явное нарушение причинно-следственной связи. Все присутствующие знают, как оно называется, — чудо (И. А. Крывелев).

9. Ведь нет никаких оснований считать, что мир не мог возникнуть без причины; с другой стороны, нет никаких оснований считать, что мир не мог существовать вечно. Нет никаких оснований предполагать, что мир вообще имел начало. Представление о том, что вещи обязательно должны иметь начало, в действительности обязано убожеству

нашего воображения. Поэтому, пожалуй, мне нет нужды более тратить время на разбор аргумента первопричины (Б. Рассел).

10. Следовательно, вы ничего не выгадываете от того, что ввели Бога в качестве посредника. Вы приходите, по существу, к признанию закона, независимого от божественных установлений и предшествующего им, и допущение Бога бьет мимо цели, так как он не является конечным законодателем (Б. Рассел).

11. Религия основана, на мой взгляд, прежде всего и главным образом на страхе. Частью это ужас перед неведомым, а частью, как я уже указывал, — желание чувствовать, что у тебя есть своего рода старший брат, который постоит за тебя во всех бедах и злоключениях. Страх — вот что лежит в основе всего этого явления, страх перед таинственным, страх перед неудачей, страх перед смертью. А так как страх является прародителем жестокости, то неудивительно, что жестокость и религия шагали рука об руку. Потому что основа у них обеих одна и та же — страх. В этом мире мы начинаем ныне понемногу постигать вещи и понемногу подчинять их с помощью науки, которая шаг за шагом прокладывает себе дорогу, преодолевая вражду христианской религии, вражду церквей и сопротивление всех обветшалых канонов. Наука лишь может помочь нам преодолеть тот малодушный страх, во власти которого человечество пребывало в продолжение жизни столь многих поколений. Наука может научить нас — и этому, я думаю, нас могут научить наши собственные сердца — перестать озираться вокруг в поисках воображаемых защитников, перестать придумывать себе союзников на небе, а лучше положиться на собственные усилия здесь, на земле, чтобы сделать этот мир местом, пригодным для жизни, а не таким местом, каким его делали церкви на протяжении всех этих столетий (Б. Рассел).

12. Причины, которые в действительности побуждают людей верить в Бога, вообще не имеют ничего общего с интеллектуальными аргументами. Большинство людей верит в Бога просто потому, что эту веру в них вдалбливали с младенческих лет, и это — главная причина. Другой могущественнейшей причиной, на мой взгляд, является желание иметь ангела-хранителя, своеобразное чувство, что у тебя есть старший брат, который позаботится о тебе. Это чувство играет весьма серьезную роль в том, что оказывает влияние на стремление людей верить в бога (Б. Рассел).

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрим два суждения:

1. Каждое следствие имеет свою причину. Бесконечный поиск предыдущей причины бессмыслен. Следовательно, должна существовать «беспричинная причина», первопричина всего последующего. Это и есть Бог (Фома Аквинский).
2. Бог может предотвратить зло, но не может? Тогда он не всесилен. Он может, но не желает? Тогда он злой. Значит, он может и желает? Тогда откуда приходит зло? Он не может или не желает? Тогда зачем называть его Богом? (Эпикурейская трилемма).

Оба суждения логически безупречны, но имеют прямо противоположный друг другу смысл. Слова «логически доказано» бессмысленны, если не установлена истинность или ложность атомарных высказываний, составляющих суждение. Логика помогает построить сложное суждение после того, как есть договоренность о значениях истинности составляющих его высказываний. Именно поэтому все попытки логически доказать или опровергнуть бытие Бога не могут привести к согласию. Вера выше логики.

Отдавая себе отчет в этом, надо иметь в виду тот факт, что формулировки мыслей подчиняются законам логики. Абсурдными, хаотическими высказываниями нельзя не только убедить кого-то, но и донести свою мысль до другого человека. Вот почему знание законов логики необходимо миссионеру и проповеднику.

Помимо этого необходимы умения выполнять логический анализ своих и чужих текстов, видеть ошибки или недостаточность аргументации своей и чужой устной или письменной речи.

Наконец, необходимо знать о существовании софизмов и логических парадоксов. Уметь грамотно объяснить кажущееся или фактическое нарушение логики в этих суждениях, знать их историю и понимать их значение в развитии логики как науки.

Именно на решение таких задач и был нацелен данный курс. Овладев теорией и выполнив задания в конце глав, будущий миссионер и проповедник получит необходимые навыки применения логики в своей деятельности, не возводя при этом выводы данной науки в ранг абсолютных истин, пригодных для решения всех задач во все времена.

# ПРИЛОЖЕНИЯ

## 1. Законы логики высказываний

| № п/п | Название закона | Формульная запись закона | Прочтение формульной записи |
|---|---|---|---|
| 1 | Тождество | $p = p$ | $p$ есть $p$ |
| 2 | Противоречие | $p \wedge \bar{p} = 0$ | «$p$ и не-$p$» всегда ложно |
| 3 | Исключение третьего | $p \vee \bar{p} = 1$ | «$p$ или не-$p$» всегда истинно |
| 4 | Отрицание отрицания | $\bar{\bar{p}} = p$ | Высказывание «Неверно, что не-$p$» есть $p$ |
| 5 | Перестановочность | $p \wedge q = q \wedge p$ | От перестановки мест множителей значение произведения не меняется |
| | | $p \vee q = q \vee p$ | От перестановки мест слагаемых значение суммы не меняется |
| 6 | Ассоциативность | $p \wedge (q \wedge h) = (q \wedge p) \wedge h$ | Скобки в логическом произведении и в логической сумме, содержащих более двух высказываний, можно расставлять в любом порядке |
| | | $p \vee (q \vee h) = (q \vee p) \vee h$ | |
| 7 | Идемпотентность | $p \wedge p = p$ | «$p$ и $p$» есть $p$ |
| | | $p \vee p = p$ | «$p$ или $p$» есть $p$ |
| 8 | Двойственность | $\overline{p \wedge q} = \bar{p} \vee \bar{q}$ | Формула «неверно, что $p$ и $q$» равносильна формуле «не–$p$ или не-$q$» |
| | | $\overline{p \vee q} = \bar{p} \wedge \bar{q}$ | Формула «неверно, что $p$ или $q$» равносильна формуле «не-$p$ и не-$q$» |
| 9 | Поглощение | $p \wedge (p \vee q) = p$ | «$p$ и $p$ или $q$» есть $p$ |
| | | $p \vee (p \wedge q) = p$ | «$p$ или $p$ и $q$» есть $p$ |
| 10 | Свойства лжи | $p \wedge 0 = 0$ | «$p$ и ложь» есть ложь |
| | | $p \vee 0 = p$ | «$p$ или ложь» есть $p$ |
| 11 | Свойства истины | $p \wedge 1 = p$ | «$p$ и истина» есть $p$ |
| | | $p \vee 1 = 1$ | «$p$ или истина» есть истина |
| 12 | Распределительные законы | $s \wedge (p \vee q) = (s \wedge p) \vee (s \wedge q)$ | Формула «$s$ и $p$ или $q$» равносильна формуле «$s$ и $p$ или же $s$ и $q$» |
| | | $s \vee (p \wedge q) = (s \vee p) \wedge (s \vee q)$ | Формула «$s$ или же $p$ и $q$» равносильна формуле «$s$ или $p$, а также $s$ или $q$» |

## 2. Основные свойства импликации и эквиваленции высказываний

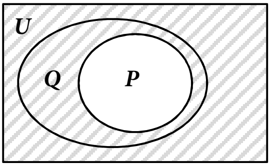
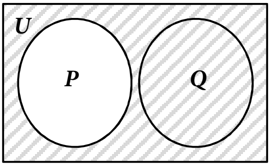
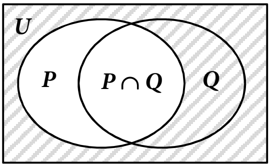
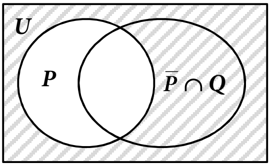
*1. Некоторые свойства импликации высказываний и предикатов*

| № п/п | Формула | № п/п | Формула |
|---|---|---|---|
| 1 | $p \Rightarrow q = \overline{q} \Rightarrow \overline{p}$ | 5 | $q \Rightarrow p = p \vee \overline{q}$ |
| 2 | $q \Rightarrow p = \overline{p} \Rightarrow \overline{q}$ | 6 | $\overline{p \Rightarrow q} = p \wedge \overline{q}$ |
| 3 | $p \Rightarrow q \neq q \Rightarrow p$ | 7 | $p \vee q = \overline{p} \Rightarrow q$ |
| 4 | $p \Rightarrow q = \overline{p} \vee q$ | 8 | $q \Rightarrow p = \overline{q} \vee p$ |

*2. Некоторые свойства эквиваленции высказываний*

| № п/п | Формула | № п/п | Формула |
|---|---|---|---|
| 1 | $p \Leftrightarrow q = q \Leftrightarrow p$ | 4 | $p \Leftrightarrow q = (\overline{p} \wedge \overline{q}) \vee (q \wedge p)$ |
| 2 | $p \Leftrightarrow q = (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ | 5 | $\overline{p \Leftrightarrow q} = (\overline{p} \wedge q) \vee (p \wedge \overline{q})$ |
| 3 | $p \Leftrightarrow q = (\overline{p} \vee q) \wedge (\overline{q} \vee p)$ | 6 | $\overline{p \Leftrightarrow q} = (p \vee \overline{q}) \Rightarrow (p \wedge \overline{q})$ |

## 3. Категорические суждения *A*, *E*, *I*, *O* и отношения между *P* и *Q*

| Обозначение суждения | Символьная запись суждения | Диаграмма отношения между *P* и *Q* | Символьная запись отношения между *P* и *Q* |
|---|---|---|---|
| $A$ | $A(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow Q(x))$,<br>$A(P, Q) = \forall x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)})$,<br>$A(P, Q) = \forall x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$,<br>$A(P, Q) = \forall x(\overline{x \in P \wedge x \notin Q})$ |   | $P \subseteq Q$ |
| $E$ | $E(P, Q) = \forall x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$,<br>$E(P, Q) = \forall x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$,<br>$E(P, Q) = \forall x(x \in P \Rightarrow x \notin Q)$,<br>$E(P, Q) = \forall x(\overline{x \in P \wedge x \in Q})$ |   | $P \subseteq \overline{Q}$,<br>$P \cap Q = \varnothing$ |
| $I$ | $I(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$,<br>$I(P, Q) = \exists x(\overline{P(x) \wedge \overline{Q}(x)})$,<br>$I(P, Q) = \exists x(x \in P \Rightarrow x \in Q)$,<br>$I(P, Q) = \exists x(\overline{x \in P \wedge x \in \overline{Q}})$ |   | $P \cap Q \neq \varnothing$ |
| $O$ | $O(P, Q) = \exists x(P(x) \Rightarrow \overline{Q}(x))$,<br>$O(P, Q) = \exists x(\overline{P(x) \wedge Q(x)})$,<br>$O(P, Q) = \exists x(x \in P \Rightarrow x \notin Q)$,<br>$O(P, Q) = \exists x(\overline{x \in P \wedge x \in Q})$ |   | $\overline{P} \cap Q \neq \varnothing$ |

# АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

# ИМЕННОЙ УКАЗАТЕЛЬ

Учебное издание

*Конышева Людмила Константиновна*
*священник Георгий Слесарев*

# Логика

Учебное пособие для специальности
«Теология» (бакалавр)

Оригинал-макет подготовлен
информационно-издательским отделом ЕДС
Технические редакторы: С. Ю. Акишин
свящ. Иоанн Никулин
Корректор: О. Е. Мелкозерова
Верстка: А. И. Подвысоцкий

Подписано в печать: 01.03.2017 г.
Формат 60×90/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Minion Pro. Печать на ризографе. Усл. печ. л. 5
Тираж 160 экз. Заказ №

Религиозная организация —
духовная образовательная организация высшего образования
«Екатеринбургская духовная семинария
Екатеринбургской Епархии Русской Православной Церкви»

Негосударственное частное учреждение —
образовательная организация высшего образования
«Миссионерский институт»

Информационно-издательский отдел
620026, г. Екатеринбург, ул. Розы Люксембург, 57
vestnik@epds.ru

Отпечатано в типографии ООО «Издательство УМЦ УПИ»
г. Екатеринбург, ул. Гагарина, 35/а, оф. 2.
Тел: (343) 362-91-16, 362-91-17

ISBN 978-5-9908364-4-0

9 785990 836440